Thèse de doctorat Février/ 2016

Université Panthéon - Assas

Ecole doctorale d'économie, gestion, information et communication

Thèse de doctorat en Sciences économiques

soutenue le 17 Février 2016

Essais en microéconomie financière et appliquée

Université Panthéon-Assas

Maximilien Demarquette

Sous la direction d'Antoine Billot
Professeur, Université Paris 2 Panthéon-Assas

Rapporteurs :
Gabriel Desgranges, Professeur, Université de Cergy-Pontoise
Bertrand Villeneuve, Professeur, Université Paris-Dauphine
Membres du jury :
Régis Breton, Conseiller scientifique, Banque de France
Sébastien Lotz, Professeur, Université Paris 2 Panthéon-Assas

Avertissement

Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude envers Antoine Billot pour m'avoir accueilli au sein du LEMMA, m'avoir encadré et m'avoir fait bénéficier de conditions de travail exceptionnelles. Ses conseils, remarques et relectures m'ont été précieux. Je tiens aussi à remercier Sébastien Lotz pour ses conseils avisés et les précieuses informations qu'il communique aux doctorants, ainsi que pour sa participation au jury de cette thèse. Enfin, je remercie très vivement Régis Breton, Gabriel Desgranges et Bertrand Villeneuve pour avoir accepté de prendre part au jury de cette thèse, c'est pour moi un grand honneur.

Je remercie également l'Université Paris 2 Panthéon-Assas pour m'avoir permis de concilier recherche et enseignement en me faisant bénéficier d'un contrat d'allocataire-moniteur puis d'attaché temporaire d'enseignement et de recherche. J'exprime aussi ma reconnaissance à tous mes enseignants des Universités Paris 2 Panthéon-Assas et Paris I Panthéon-Sorbonne. La qualité de leurs enseignements et leur passion sont à l'origine de ma motivation à réaliser cette thèse.

Finalement, j'exprime ma profonde gratitude envers ma famille, mes proches et mes collègues du LEMMA et du CRED pour leur soutien indéfectible, leur fidélité sans faille et leur amitié.

Essais en microéconomie financière et appliquée

Résumé :

Cette thèse est composée de trois articles indépendants qui ont pour trait commun d'analyser le comportement d'investisseurs et de firmes en situation de concurrence imparfaite. Nous considérons d'abord un modèle de marché financier à la Kyle (1985) où les investisseurs peuvent produire soit un signal (fondamental) sur la valeur d'un actif risqué, soit un signal (non-fondamental) sur la demande aléatoire des *noise traders*. Nous montrons que réduire le coût du signal non-fondamental détériore l'efficience informationnelle du prix du titre et, sous certaines conditions, le bien-être des *noise traders*. Nous étendons ensuite le modèle au cas où les investisseurs non-fondamentalistes soumettent des ordres à cours limité. Leur activité s'apparente alors à du "*front running*". Par ce biais, nous enrichissons nos résultats et montrons que l'effet potentiellement néfaste de l'accès à l'information non-fondamentale persiste.

Nous considérons ensuite un marché à la Kyle (1985) où des agents non informés échangent pour un motif de partage de risque avec des investisseurs répartis sur un réseau. Ces derniers partagent leurs signaux avec leurs contacts, ce qui formalise une meilleure diffusion de l'information. Nous évaluons alors l'effet de cette hypothèse sur deux critères : le profit spéculatif et l'espérance d'utilité des agents non informés qui mesure l'efficacité du partage de risque sur le marché. Nous montrons que l'ajout du réseau peut simultanément améliorer ces deux critères ainsi que l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original qui ne peut pas être obtenu sans l'ajout du réseau.

Enfin, nous caractérisons la coopération graduelle entre deux firmes concurrentes de tailles différentes incapables de contracter et dont les contributions sont irréversibles. Nous montrons que l'asymétrie entre les deux firmes ralentit fortement le processus de collaboration, ce qui souligne l'importance des arrangements contractuels dans certaines situations. Nous montrons aussi qu'un renforcement de la concurrence entre les deux firmes peut nuire au bien-être social en réduisant leur capacité à collaborer.

Descripteurs :

Microstructure des marchés financiers, modèle de Kyle, production d'information, concurrence imparfaite, information non-fondamentale, *noise traders*, *front running*, transmission d'information, diffusion de l'information, partage du risque, *noise trading* endogène, réseau, coopération, modèle de Bertrand, collaboration graduelle, contributions volontaires.

Essays in financial and applied microeconomics

Abstract:

This thesis contains three distinct papers related to the behavior of investors or firms acting under imperfect competition. First, we consider a Kyle's (1985) model where investors can produce either a (fundamental) signal on the value of the risky asset, or a (non-fundamental) signal on the forthcoming demand from noise traders. We show that reducing the cost of the non-fundamental signal worsens price informativeness as well as the welfare of noise traders under some conditions. Then, we extend the model by allowing non-fundamental traders to submit limit orders. Their activity is then analogous to front running. By this mean, we enrich our results and show that the potentially detrimental effect of non-fundamental information still pertains.

Then, we consider a market *à la* Kyle (1985) where uninformed hedgers trade for risk sharing purposes with investors located on a network, who share their signal with their "contacts". This hypothesis formalizes a better diffusion of information. We evaluate its effect on speculative gains and hedgers' expected utility which depends on the risk sharing role of the market. We show that the introduction of the network might simultaneously improve these two welfare measures as well as price informativeness. An original result that cannot be obtained otherwise.

Finally, we consider a contribution game between two competitors of different sizes. We obtain the value of their (irreversible) contributions during each period of the game. We show that the asymmetry between the two firms strongly slowers the collaboration process, highlighting the importance of contractual arrangements in some circumstances. Also, we obtain that increasing competition might be detrimental to social welfare, because it harms the ability of the two firms to set up a mutually beneficial process of collaboration.

Keywords:

Market microstructure, Kyle's model, information production, imperfect competition, non-fundamental information, noise traders, front running, information transmission, information diffusion, risk sharing, endogenous noise trading, network, cooperation, Bertrand competition, gradual collaboration, voluntary contribution games.

Principales abréviations

CARA : Constant Absolut Risk Aversion (aversion absolue au risque constante)
CPO : Condition de Premier Ordre ELNB : Equilibre Linéaire de Nash Bayésien
FOC : First Order Condition (condition de premier ordre)
IPE : Information Production Equilibrium (production d'information à l'équilibre)
LBNE : Linear Bayesian Nash Equilibrium (équilibre linéaire de Nash bayésien)
NTIC : Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication
SOC : Second Order Condition (condition de second ordre)
TDM : Teneur De Marché (market maker)

Préambule

Cette thèse est composée de trois articles rédigés indépendamment, ce qui explique que les chapitres 1 et 3 soient rédigés en anglais tandis que le chapitre 2 est rédigé en français. Le titre original du premier article est « Strategic Trading with Endogenous Information Acquisition and Non-Fundamental Information » (chapitre 1). Le titre original du second article – « Répartition de l'information dans un réseau, profit spéculatif et partage du risque » – est conservé dans la thèse (chapitre 2). Le titre original du troisième article est « Gradual Collaboration Between Asymetric Competitors » (chapitre 3).

L'introduction de la thèse propose un résumé détaillé en français de chacun des trois articles, ainsi qu'une brève présentation de la microéconomie financière et de la microéconomie appliquée à l'analyse de la coopération entre concurrents. L'organisation de la thèse est basée sur le fait que les chapitres 1 et 2 ont pour cadre un marché financier (première partie) alors que le chapitre 3 a pour cadre un marché de biens (seconde partie).

Table des matières

Bibliographie 194

Introduction

Objectif de la thèse

Cette thèse est composée de trois chapitres distincts qui ont en commun d'analyser le comportement stratégique d'agents qui évoluent dans un contexte de concurrence imparfaite.

Les chapitres 1 et 2 concernent la production d'information et son usage dans le cadre d'un marché financier non atomistique. Le chapitre 3 traite la question de la collaboration entre deux firmes rivales dans un contexte non contractualisable.

Cette thèse propose donc une analyse des comportements stratégiques d'agents qui se livrent à une concurrence imparfaite dans différents contextes. Par ce biais, nous espérons contribuer à la compréhension de la production d'information financière et de son utilisation par les investisseurs de grande taille (chapitres 1 et 2), ainsi qu'à l'analyse des relations entre firmes en situation d'oligopole (chapitre 3).

Ces sujets sont particulièrement importants dans un environnement économique où les investisseurs institutionnels sont à l'origine d'une fraction importante du volume de titres échangés sur les marchés, où les sources d'information se diversifient et concernent des aspects de plus en plus hétérogènes des marchés[1], et où la collaboration entre les firmes est devenue éminemment importante eu égard à un certain nombre de défis[2].

D'un point de vue méthodologique, les trois chapitres de la thèse appartiennent aux champs de la microéconomie financière et de la microéconomie appliquée à l'analyse de la coopération entre concurrents. Ce travail s'inscrit donc dans un programme de recherche très vaste qui, à partir de modèles microéconomiques, analyse les décisions d'agents rationnels qui évoluent dans des situations concrètes (marchés financiers, relations entre firmes, etc.).

Dans la suite de l'introduction, nous discutons brièvement ces deux champs de la théorie économique pour mettre en perspective notre travail, et nous synthétisons de façon non technique les résultats obtenus dans chacun des chapitres de la thèse.

La microéconomie financière

Comment les investisseurs utilisent-ils l'information dont ils disposent sur la valeur d'un titre et, plus largement, sur le marché ? Quelles sont leurs incitations à produire cette information ? Comment est-elle révélée aux autres investisseurs et agrégée au prix, etc. ? La microéconomie de la finance a pour objectif de répondre à ces questions. Les chapitre 1 et 2 de la thèse, en analysant le choix endogène des investisseurs entre différentes données et

[1] Accès rapide à des informations variées grâce aux NTIC, développement du traitement des données de haute fréquence ou de l'analyse du sentiment de marché, accélération de la diffusion de l'information grâce aux moyens modernes de communication, etc.

[2] Transition vers des méthodes de production écologiques, ouverture de la propriété intellectuelle privée, développement de normes entre concurrents, exploitation raisonnable des ressources naturelles épuisables, abandon de pratiques protectionnistes et anticoncurrentielles, etc.

l'effet en matière de bien-être social d'une meilleure diffusion de l'information, s'inscrivent dans cette branche de l'analyse économique qui a pour point de départ une question en amont : pourquoi des agents rationnels échangent-ils alors que la spéculation est un jeu à somme nulle[3] ? Nous résumons succinctement les principaux résultats de cette littérature pour mettre en perspective notre travail. Nous synthétisons ensuite les résultats obtenus dans les chapitres 1 et 2 dans le reste de cette section.

Dans cette courte revue, nous détaillons d'abord les « théorèmes d'accord » qui expliquent que des agents rationnels ne peuvent pas prendre des paris sur l'unique base d'une asymétrie d'information. Nous détaillons ensuite les hypothèses que la littérature théorique a avancé pour expliquer la spéculation et construire des modèles réalistes : l'hypothèse d'*a priori* hétérogènes et l'hypothèse de *noise traders*. Dans chaque cas, nous présentons quelques modèles de référence. La production de cette branche de l'analyse économique est très importante. Nous ne prétendons donc pas à l'exhaustivité, loin s'en faut. Notre objectif est simplement de présenter de manière chronologique quelques résultats notables qui illustrent la diversité des approches méthodologiques de la « microstructure des marchés financiers ». Brunnermeier (2001) propose une synthèse de très bonne qualité (et très pédagogique) des résultats des modèles « canoniques » de marchés financiers en asymétrie d'information. Vives (2008) propose une présentation détaillée récente de ces modèles.

Une des premières analyses de la spéculation remonte à Keynes (1936). Ce dernier fait remarquer que les investisseurs cherchent avant tout à anticiper le consensus pour spéculer à court terme sur les variations de prix provoquées par les autres investisseurs (l'exemple du « concours de beauté »[4]). Sous cette hypothèse, la manière dont l'information est dispersée, sa nature, ses propriétés et la façon dont elle est agrégée au prix ont un rôle essentiel. En effet, les agents ne se contentent pas d'estimer la valeur fondamentale d'un titre mais doivent anticiper l'information et les réactions des autres agents, comprendre le fonctionnement du marché, inférer l'information véhiculée par les variations du prix en tenant compte des évènements exogènes qui le perturbent – incohérences transitoires, chocs de demande – voire, chercher à profiter de ces chocs. Pour comprendre le fonctionnement des marchés, il faut donc construire des modèles à anticipations rationnelles où les agents comprennent leur environnement, agissent au mieux sur la base de leurs données et contraintes, et exploitent l'information révélée par les actions des autres agents.

L'impossible accord au désaccord. Dans cette veine, Aumann (1976) apporte une contribution majeure. Il considère deux agents dotés d'une information privée sur « l'état du monde ». Par exemple, si nous considérons deux investisseurs uniquement concernés

[3] Nous désignons par spéculation un échange qui a pour objectif de générer un profit sur la base d'une information, et non un échange motivé par un besoin urgent de liquidité, un motif de diversification ou de partage de risque.

[4] Un journal britannique de l'époque proposait le jeu suivant à ses lecteurs : deviner qui, parmi une série de candidates, serait élue par les lecteurs comme étant la plus jolie.

par l'évolution à court terme d'un cours boursier, les états du monde sont : « le cours va monter » ; « le cours va stagner » ; « le cours va chuter ». Ces agents disposent du même *a priori* : sans information privée, ils accordent tous les deux la même probabilité aux états du monde. Par exemple, ils estiment *a priori* que les probabilités des trois états que nous venons d'énumérer sont égales à 5/10, 2/10 et 3/10. Aumann démontre que si les probabilités *a posteriori* (conditionnées à leur information) que les agents accordent à un évènement – par exemple « le cours ne va pas chuter » – sont connaissances communes, ces probabilités ne peuvent pas différer[5]. Par exemple, si chacun annonce publiquement avec quelle probabilité il estime que le cours ne va pas chuter, les agents révisent immédiatement leurs estimations et aboutissent à la même prévision (sans avoir partagé leur information).

Ce résultat étant la version la plus simple d'un grand nombre de « théorèmes d'accord », nous le détaillons ici. Aumann considère que l'économie est décrite par un état du monde ω parmi l'ensemble des états possibles Ω. L'état ω est une description complète de la réalité physique et épistémique (les connaissances dont disposent les agents). La nature détermine l'état ω d'après une distribution connaissance commune parmi les agents (l'*a priori* commun). Chaque agent est doté d'une information $P^i \in 2^\Omega$ avec $P^i(\omega) \subseteq \Omega$ l'ensemble des états jugés possibles par i si le vrai état est ω[6]. Par exemple si

$$\Omega = \{\text{le cours va monter, le cours va stagner, le cours va chuter}\} \text{ et}$$
$$P^i = \Big\{\{\text{le cours va monter, le cours va stagner}\}\{\text{le cours va chuter}\}\Big\},$$

l'agent i est capable de prédire si le cours va chuter. Il est en revanche incapable d'anticiper si le cours va monter ou stagner lorsqu'une de ces alternatives va survenir. Sous trois axiomes[7], P^i est une partition de Ω. Il convient alors de définir la notion d'évènement. Un évènement $E \subseteq \Omega$ est l'ensemble des états dans lesquels une propriété est vraie. Dans notre exemple l'évènement « le cours ne va pas chuter » correspond aux deux premiers états de Ω.

[5]Une donnée est connaissance commune parmi un groupe si chacun connait cette donnée, sait que les autres membres du groupe connaissent cette donnée, sait que les autres membres du groupe savent que les autres membres du groupe connaissent cette donnée, etc. Typiquement, une information publique est considérée comme étant connaissance commune.

[6]L'état ω étant une description complète de la réalité, les P^i sont connaissances communes parmi les agents. Cela ne signifie pas que j accède à l'information de i. En revanche, j connait sa distribution. Par exemple si $\Omega = \{1, 2, 3\}$, $P^i = \big\{\{1, 2\}\{3\}\big\}$, $P^j = \big\{\{1\}\{2, 3\}\big\}$ et $\omega = 1$, j sait que le vrai état est 1. Il sait donc que i considère comme possibles les états 1 ou 2. Quant à i, il considère que j juge possibles les états 1, 2 et 3. Précisons que dire que les ensembles P^i sont connaissances communes est un abus de langage puisqu'ils ne s'agit pas d'évènements. Il s'agit d'une conséquence du fait que les états du monde sont une description complète de la réalité. Ainsi, chacun doit savoir quels états les autres agents jugent possibles dans chaque état du monde (Aumann, 1987). Voir Ménager (2006a) pour des précisions techniques.

[7]Axiome de vérité : $\omega \in P^i(\omega)$ *i.e.* le vrai état fait partie des états que i juge possibles ; axiomes d'introspection positive et négative : $\omega' \in P^i(\omega) \Rightarrow P^i(\omega') \subseteq P^i(\omega)$ et $\omega' \in P^i(\omega) \Rightarrow P^i(\omega) \subseteq P^i(\omega')$ *i.e.* i est capable de rendre parfaitement cohérente son information (l'intersection de deux cellules de P^i ne peut être non vide).

Aumann (1976) définit par $K^i(E) = \{\omega \in \Omega : E \subseteq P^i(\omega)\}$ les états dans lesquels i sait E *i.e.* dans lesquels tous les états qu'il juge possibles respectent la propriété qui définit E. Dans notre exemple si nous considérons l'évènement « le cours ne va pas chuter », $K^i(E)$ comprend les deux premiers états. La littérature nomme « structure d'Aumann » un modèle où les trois axiomes de la note 7 sont respectés et où la connaissance est définie par l'opérateur K^i. Cette structure permet de définir simplement la connaissance commune (cf. note 5). Notons d'abord que tous les agents savent E dans les états $K^N(E) = \bigcap_{i\in N} K^i(E)$. Nous vérifions ensuite que tous les agents savent que tous les agents savent E – connaissance mutuelle d'ordre 2 – dans les états

$$K^{N(2)}(E) = K^N(E) \bigcap \left(\bigcap_{i\in N} \bigcap_{j\in N\setminus i} K^i\Big(K^j(E)\Big) \right).$$

La définition de la connaissance mutuelle d'ordre 3 est encore plus lourde. Les axiomes de la note 7 permettent toutefois d'écrire

$$K^{N(2)}(E) = K^N\left(K^N(E)\right), \quad K^{N(3)}(E) = K^N\left(K^{N(2)}(E)\right), \text{ etc.}$$

Cette définition demeure néanmoins inopérante car vérifier qu'un évènement est connaissance commune requiert une infinité d'étapes pour déterminer $K^{N(\infty)}(E)$. Néanmoins, Aumann (1976) montre qu'il est possible de définir encore plus simplement cette notion. Il considère d'abord la partition

$$R = \bigwedge_{i\in N} P^i \in 2^\Omega.$$

Il s'agit de la « rencontre » des partitions de tous les agents du groupe N. Par exemple si $N = i, j$, $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$, $P^i = \Big\{\{1,2\}\{3\}\{4,5\}\Big\}$ et $P^j = \Big\{\{1\}\{2,3\}\{4\}\{5\}\Big\}$ alors $R = \Big\{\{1,2,3\}\{4,5\}\Big\}$. Aumann note qu'un évènement E est connaissance commune en ω si $E \subseteq R(\omega)$. Autrement dit si $E \subseteq R(\omega)$ alors $\omega \in K^{N(\infty)}(E)$. A titre d'illustration $E = \{1,2,3\}$ est connaissance commune dans l'état 1 dans le dernier exemple[8].

Si cette définition intuitive peut sembler *ad hoc*, elle a été axiomatisée par Milgrom (1981b)[9]. En outre, Monderer et Samet (1989) montrent que $\omega \in K^{N(\infty)}(E) \Leftrightarrow \omega \in F \subseteq E$

[8]Dans l'état 1 i considère comme possibles les états 1 ou 2. Il sait donc E. De même j sait que $\omega = 1$ et sait donc E. Comme i ne sait pas si $\omega = 1$ ou $\omega = 2$, il ne sait pas si j considère être en 1, ou être en 2 ou 3 (rappelons que les partitions sont publiques comme expliqué en note 6). Cependant que le vrai état soit 1 ou 2, i sait que j sait E. De même, j sait être en 1 et sait donc que i est incertain entre l'état 1 ou 2, deux états dans lesquels E est vrai. L'agent j sait donc que i sait E. Nous pouvons continuer de vérifier ainsi que $E = \{1,2,3\}$ est bien connaissance commune dans l'état 1.

[9]Soit $CK^N(E)$ l'ensemble des états où E est connaissance commune (CK). Alors $CK^N = \{\omega \in \Omega : R(\omega) \subseteq E\}$ sous les axiomes suivants : $CK^N(E) \subseteq E$ *i.e.* E est CK ssi E se réalise ; $\forall\omega \in CK^N(E), \forall i \in N$ $P^i(E) \subseteq CK^N(E)$ *i.e.* si E est CK aucun agent ne considère possible un état où E n'est pas CK ; $F \subseteq E \Rightarrow CK^N(F) \subseteq CK^N(E)$ *i.e.* une conséquence logique d'un évènement CK est lui aussi CK ; si $\forall i \in N, \forall\omega \in E$ $P^i(\omega) \subseteq E$ alors $E = CK^N(E)$ *i.e.* un évènement public (auto-évident pour tous les agents) est CK dans tous les états où il se réalise.

si $F \in \mathcal{F}_i$ pour tout $i \in N$ avec $\mathcal{F}_i$ la σ-algèbre générée par P^i (l'ensemble des unions de cellules de P^i). F est donc un évènement public en ω puisque $P^i(\omega) \subseteq F$ pour tout $i \in N$. Or, comme $F \in R = \bigwedge_{i \in N} P^i$, $R(\omega) \subseteq E$ si E est connaissance commune en ω (définition de Aumann, 1976). Cette définition – E est connaissance commune en ω si $\omega \in F \subseteq E$ – souligne que E est connaissance commune s'il s'agit d'une conséquence logique d'un évènement public F en ω. R est d'ailleurs l'ensemble des évènements auto-évidents *i.e.* $P^i(\omega) \subseteq R(\omega)$ pour tout $i \in N$ et $\omega \in \Omega$.

Nous pouvons maintenant expliciter le résultat de Aumann (1976). Soit $\mathbb{P}(E)$ la probabilité *a priori* de l'évènement E et $\mathbb{P}(E|P^i(\omega))$ sa probabilité *a posteriori* selon i en ω. Aumann montre que si $\mathbb{P}\big(E|P^i(\omega))$ et $\mathbb{P}(E|P^j(\omega))$ sont connaissances communes parmi i et j alors
$$\mathbb{P}(E|P^i(\omega)) = \mathbb{P}(E|P^j(\omega))$$
même si $P^i(\omega) \neq P^j(\omega)$. Ce résultat est central puisqu'il démontre que des agents rationnels ne peuvent pas être en désaccord lorsqu'il s'agit d'estimer la probabilité d'un évènement, à condition que leurs estimations soient connaissances communes – par exemple s'ils les révèlent publiquement – et fondées sur le même *a priori*. Ainsi, si des agents qui évoluent dans un contexte risqué prennent leurs décisions sur la base de leur information, leurs actions les conduisent à aboutir à une « situation d'accord » si elles trahissent leurs *a posteriori*.

Sebenius et Geanakplos (1983) illustrent ce résultat en prenant l'exemple de deux agents (neutres au risque) qui souhaitent parier sur la réalisation d'une variable aléatoire $\tilde{v}(\omega)$ potentiellement négative ($\tilde{v}$ dépend de l'état ω choisi par la nature au début du jeu). Chacun dispose d'une partition P^i de Ω (son information). Si $\tilde{v} > 0$ le second joueur offre $\tilde{v}$ euros au premier joueur et inversement. On demande publiquement aux joueurs s'ils acceptent le pari. Si les deux l'acceptent, on leur demande s'ils sont sûrs de leur décision (sachant que l'autre joueur l'accepte) et ainsi de suite. Sebenius et Geanakplos montrent que l'un d'eux finit par décliner le pari au bout d'un nombre fini d'étapes. Leur modèle souligne le processus itératif qui conduit à l'éviction de l'information privée par l'observation des actions. L'intérêt est que si les évènements connaissances communes (publics) sont rares, nombre situations économiques mettent en œuvre un processus de négociation séquentielle.

Illustrons très succinctement le processus de révision de l'information. Si i accepte au départ le pari c'est que $\mathbb{E}(\tilde{v}|P^i(\omega)) > 0$. L'agent j anticipe alors que les cellules de P^i potentiellement utilisées par i sont données par $\mathcal{P}_1 = \{P^i_m : \mathbb{E}(\tilde{v}|P^i_m) > 0\}$ où P^i_m est la $m^{\text{ème}}$ cellule de P^i. L'agent j affine alors son information et juge possibles les états $P^j_2(\omega) = P^j(\omega) \cap (\cup\mathcal{P}_1) \subseteq P^j(\omega)$ en seconde période. Il revoit donc sa décision en calculant $\mathbb{E}(\tilde{v}|P^j_2(\omega))$. La répétition de ce processus conduit les deux agents à détenir la même information $P^i_T(\omega) = P^j_T(\omega)$ en période $T < \infty$. Dés lors, l'un d'eux refuse le pari. Geanakoplos et Polemarchakis (1982) détaillent le processus de communication qui provoque la révélation de l'information privée et conduit vers un « état stationnaire » où tous les agents utilisent la même information. Ils précisent que s'ils révèlent directement $\mathbb{E}(\tilde{v}|P^i(\omega))$

et $\mathbb{E}(\tilde{v}|P^j(\omega))$ la situation d'accord est immédiate. Effectivement, révéler une espérance conditionnelle équivaut à révéler la probabilité conditionnelle que $\tilde{v} > 0$ (ce qui conduit au résultat de Aumann, 1976)[10].

Cave (1983) étend le résultat de Aumann (1976) et Sebenius et Geanakplos (1983) à des décisions plus générales qu'assigner une probabilité conditionnelle (Aumann) ou estimer une espérance de gain (Sebenius et Geanakplos). Il reprend le cadre de Sebenius et Geanakplos en considérant un nombre arbitraire de joueurs qui prennent des décisions génériques. Chaque $i \in N$ choisit en $t \geq 1$ une action d_t^i avec $d_t^i : 2^\Omega \backslash \emptyset \to D^i$ où D^i est l'ensemble des décisions de i. Dans l'exemple du pari $D^i = \{$« oui », « non »$\}$ et $d_t^i(P_t^i(\omega)) =$ « oui » si $\mathbb{E}(\tilde{v}|P_t^i(\omega)) > 0$. Une fois les décisions prises, ces dernières sont connaissances communes parmi les agents. Soit $d_1 = \left(d_1^1(P^1(\omega)), \ldots, d_1^n(P^n(\omega))\right)$. Alors $\mathcal{P}_1 = \{\omega \in \Omega : d_1(\omega) = d^1\}$ est l'information véhiculée par les actions en $t = 1$. Il s'agit de l'ensemble des états dans lesquels les agents ont intérêt à prendre les décisions observées. Au tour suivant l'agent i utilise alors l'information $P_2^i(\omega) = P^i(\omega) \cap \mathcal{P}_1$. De façon analogue, il est possible de définir $\mathcal{P}_2$ et ainsi de suite.

Cave (1983) démontre que dans l'unique équilibre du jeu $\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_{T-1}$ à partir d'une période $T < \infty$. L'observation des décisions n'apporte donc plus aucune information au bout d'un certain temps. Alors si pour tout $i \in N$ d^i est « cohérente à l'union »[11], $d^i(P^i(\omega) \cap \mathcal{P}_T) = d^i(\mathcal{P}_T)$. Autrement dit, tous les agents utilisent la même information (éviction de l'information privée). Si en outre les agents utilisent la même règle de décision il y a consensus, *i.e.* ils prennent tous la même décision.

Evaluer une espérance d'utilité conditionnelle à une information est une décision cohérente à l'union. Un « résultat d'accord » peut donc apparaître dans une économie d'échange en asymétrie d'information. Milgrom et Stokey (1982) considèrent ce cas. Avant que l'état du monde $\omega \in \Omega$ ne soit déterminé par la nature, les agents sont dotés d'un *a priori* commun et de partitions sur Ω. La valeur d'un bien dépend de l'état Ω. Un premier tour d'échange a lieu. Il permet aux agents de mettre en place une répartition Pareto optimale de leurs ressources. Par exemple si l'agent i (resp. j) n'a que des bananes (resp. des pommes), ils échangent pour diversifier leurs dotations. L'échange n'est motivé que par des différences de goût ou pour se couvrir contre un risque. L'état de la nature est ensuite déterminé, ce qui produit une asymétrie d'information : chaque agent i juge possibles les

[10] Voir Ménager (2006b) pour les questions qui concernent le protocole de communication et la convergence vers l'état d'accord.

[11] Soit deux évènements $E, F \subseteq \Omega$ disjoints tels que $d^i(E) = d^i(F)$. La règle de décision d^i est cohérente à l'union si $d^i(E \cup F) = d^i(E)(= d^i(F))$. Autrement dit si i prend la même décision lorsque le vrai état appartient à E ou lorsque le vrai état appartient à F, i prend aussi cette décision lorsque le vrai état appartient à E ou F. C'est le cas s'il s'agit de déterminer une probabilité ou une espérance conditionnelle. Cette propriété s'apparente au « principe de la chose sûre » de Savage. Par exemple, si un individu préfère la loterie (10 s'il pleut ; 5 s'il fait beau ; 0 s'il fait gris) à la loterie (20 s'il pleut ; 0 s'il fait beau ; 0 s'il fait gris), il doit préférer la loterie (10 s'il pleut ; 5 s'il fait beau ; 10 s'il fait gris) à la loterie (20 s'il pleut ; 0 s'il fait beau ; 10 s'il fait gris) (Cohen et Tallon, 2000 pour une définition précise et une discussion).

états de $P^i(\omega)$. Les agents ont alors la possibilité d'échanger à nouveau sachant que la valeur des biens dépend de l'état ω. Cependant, Milgrom et Stokey montrent qu'aucun échange n'a lieu.

Prenons l'exemple d'un vendeur de lunettes de soleil i et d'un vendeur de parapluies j d'une station balnéaire qui ouvrent durant l'été. Avant qu'il ne soit possible de prévoir la météo estivale, il n'y a aucune d'asymétrie d'information[12]. Ces agents ont alors la possibilité d'échanger une partie de leurs stocks dans un soucis de diversification. En revanche, ils n'échangeront pas de nouveau au début de la saison touristique, une fois qu'ils peuvent estimer la météo, *i.e.* une fois que i et j jugent respectivement possibles les états de $P^i(\omega)$ et $P^j(\omega)$. Effectivement si j propose à i d'échanger davantage de parapluies contre des lunettes de soleil, i anticipe que j a accès à une prévision météo optimiste et affine sa prévision. Si i accepte malgré tout l'échange, j comprend qu'après avoir affiné sa prévision i considère tout de même qu'il risque de pleuvoir. Par conséquent, j réévalue sa prévision et ainsi de suite. Au final, les deux agents disposent de la même information et aucun échange n'a lieu (les dotations étant déjà optimales au sens de Pareto en l'absence d'asymétrie d'information).

Des agents peuvent-ils spéculer sur la base d'une asymétrie d'information ? Ces modèles généralisent en fait un résultat obtenu par Grossman (1976). Il considère un marché financier où des agents atomistiques $i \in N = [0; 1]$ disposent d'un signal bruité $\tilde{s}_i = \tilde{v} + \tilde{\epsilon}_i$ sur le paiement $\tilde{v} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ d'un actif avec $\tilde{\epsilon}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$. Les investisseurs sont dotés d'une fonction d'utilité CARA de coefficient d'aversion au risque γ. Ils conditionnent leur demande sur la base de leur signal et du prix. Dans ce cadre CARA-gaussien leur demande est égale à

$$q_i = \frac{\mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{s}_i, \tilde{p}) - \tilde{p}}{\gamma \mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{s}_i, \tilde{p})}.$$

La condition d'apurement est $\int_{i \in N} q_i d_i = 0$. Le prix est donc une fonction de $\int_{i \in N} q_i d_i$ et ainsi de $\tilde{p}$ et de $\int_{i \in N} \tilde{s}_i d_i = \tilde{v}$. En isolant $\tilde{p}$ dans la condition d'apurement, Grossman note que le prix est au final une fonction de $\tilde{v}$. Or, si cette fonction est inversible le prix est une statistique suffisante de $\tilde{v}$. Les investisseurs utilisent donc tous la même information et aucun échange n'a lieu[13]. Cette remarque invalide notamment l'hypothèse d'efficience informationnelle forte[14]. Plus largement, aucun échange basé sur des informations hétérogènes ne peut être observé sur les marchés financiers si tous les agents forment des

[12] L'agent i peut toutefois anticiper que j sera capable de mieux prévoir le temps qu'il fera une fois la météo prévisible si P^j est plus précise que P^i (les partitions étant publiques).

[13] Pour résoudre le modèle, il faut conjecturer une fonction de prix linéaire $\tilde{p} = a_1 + a_2\tilde{v}$, dévier q_i sur cette base puis isoler $\tilde{p}$ dans la condition d'apurement pour obtenir $\tilde{p} = b_1 + b_2\tilde{v}$ où b_1 et b_2 sont des coefficients fonctions de a_1, a_2 et des paramètres exogènes du modèle (la conjecture est vérifiée à l'équilibre). Il faut alors résoudre le système $a_1 = b_1, a_2 = b_2$ pour obtenir les valeurs d'équilibre de a_1 et a_2. Or, ce système n'a pas de solution *i.e.* il n'y a pas d'équilibre.

[14] Le prix reflète à tout instant toutes les informations dispersées parmi les investisseurs. Voir Fama (1991) pour une discussion.

anticipations rationnelles. Un résultat qui invalide *a priori* la conjecture de Keynes (1936) et plus généralement tout phénomène spéculatif comme les bulles financières[15].

Phénomènes spéculatifs et frictions. Concernant les bulles spéculatives, Tirole (1982) démontre leur impossibilité dans un cadre dynamique en temps fini où les agents forment des anticipations rationnelles et partagent le même *a priori*. Il se base sur l'argument que la spéculation est un jeu à somme nul. Ainsi, comme il est connaissance commune parmi les agents que tout gain est obtenu aux dépens de certains d'entre eux, seuls des joueurs ayant une préférence pour le risque acceptent de spéculer[16]. En revanche, des *a priori* hétérogènes peuvent rendre le jeu *subjectivement* à somme positive, alors que la présence de joueurs irrationnels peut rendre le jeu *objectivement* à somme positive. Nous allons revenir sur ces deux points. Précisons d'abord qu'une bulle (rationnelle) peut aussi survenir si l'horizon temporel est infini, ce qui empêche les agents de raisonner à rebours. Par exemple, Blanchard et Watson (1982) considèrent un actif coté en $t = 1$ au prix $p_1 = v_1 + b_1$ où v_1 est la valeur actualisée des flux futurs et $b_1 > 0$ est un terme exogène (bulle) qui peut éclater avec une probabilité $p > 0$ au début de chaque période $t > 1$. Ils démontrent qu'un agent rationnel accepte d'acquérir l'actif au prix p_1 si le terme b_t croît suffisamment vite pour compenser le risque d'éclatement qu'il fait peser. L'acquéreur revend alors le titre à un prix encore supérieur en $t > 1$ à un agent qui l'achète en anticipant pouvoir le revendre encore plus cher, etc.[17] Evidemment si l'horizon temporel est fini, l'agent au bout de la chaîne refuse d'acquérir le titre et toute la « pyramide de Ponzi » s'effondre par raisonnement à rebours. De façon intéressante, plus les agents sont averses au risque plus le terme de bulle doit croître rapidement. Cependant, Diba et Grossman (1988) montrent que le terme de bulle ne peut apparaître de façon endogène. En outre, la spéculation repose alors uniquement sur l'hypothèse d'horizon temporel infini qui explique la possibilité d'une pyramide de Ponzi intenable autrement.

***A priori* hétérogènes.** Comme nous l'avons mentionné, un premier moyen de réconcilier la théorie avec les phénomènes spéculatifs observés consiste à admettre que les investisseurs sont rationnels, à cela près que leurs *a priori* diffèrent. Néanmoins, il ne s'agit pas d'une hypothèse négligeable car le modélisateur qui s'y résigne abandonne la « doctrine d'Harsaniy »[18]. Cette « doctrine » veut que tout jeu soit basé sur un *a priori* commun, et ainsi que toute différence de croyances ait pour origine une asymétrie d'information,

[15] Voir Brunnermeier et Oehmke (2013) pour une revue de la littérature théorique et empirique sur les bulles spéculatives.

[16] Une explication peu robuste puisque l'apparition d'une bulle implique une modification soudaine des préférences des investisseurs (tout comme son éclatement).

[17] Tirole (1985) intègre cette idée dans un modèle à générations imbriquées. La bulle y a un intérêt en matière de bien-être social puisqu'elle permet un transfert de richesse intergénérationnel. Par exemple, un jeune agent accepte d'acheter un appartement à un prix sur-coté s'il anticipe pouvoir le revendre au moment de la retraite encore plus cher à un jeune agent qui fait le même calcul.

[18] Du nom du pionnier de la théorie des jeux en asymétrie d'information.

et soit donc le résultat de révisions bayésiennes basées sur des données asymétriques. Ce cadre assure une certaine « discipline » puisqu'il n'est pas possible de faire émerger une discorde non bayésienne[19]. Dés lors, l'abandon de cette discipline laisse place à une critique méthodologique : qu'est ce qui explique que les *a priori* des agents diffèrent ? En effet si leurs *a priori* sont hétérogènes, c'est qu'ils sont basés sur des données différentes et sont donc en fait des *a posteriori*. Dés lors, le modèle est imparfaitement défini puisqu'une différence d'opinion qui devrait être expliquée en amont est introduite de façon exogène. Cette critique conceptuelle est toutefois compensée par l'attrait de ces modèles qui permettent de faire émerger un échange entre agents rationnels simplement, et offrent donc des résultats théoriques en accord avec les faits[20]. Aumann (1987) défend toutefois l'*a priori* commun qui est selon lui l'essence de la rationalité économique avec la révision bayésienne. Effectivement, n'importe quelle issue pourrait être obtenue hors de ce cadre, même la plus improbable. Varian (1992) distingue toutefois croyances et opinions, une différence de croyances (resp. d'opinions) étant fondée sur l'observation de données hétérogènes (resp. sur des facteurs non objectifs). Selon lui, l'échange d'information conduit les agents à aboutir aux mêmes croyances mais pas aux mêmes opinions, ces dernières étant fondées sur des goûts et des normes sociales que l'expérience ne remet pas en cause. D'après Varian, une grande partie des échanges boursiers seraient donc expliqués par une différence d'interprétation de l'information qui provoque des différences d'opinions. Morris (1995) rejoint cette position en avançant même que l'*a priori* commun est une forme de rationalité irréaliste. Selon lui, l'*a priori* serait basée sur une approche purement fréquentiste et logique des probabilités, alors que les agents attribuent aussi des probabilités subjectives face à une réalité fondamentalement *incertaine*. Morris admet toutefois que cette approche peut conduire à n'importe quel résultat, une critique qui doit cependant être parfois ignorée.

Nous poursuivons cette digression à propos des *a priori* hétérogènes en mentionnant quelques modèles qui suivent cette voie. Varian (1985) considère un actif donc le paiement risqué $\tilde{v}$ dépend de l'état $\omega \in \Omega$. Les *a priori* des investisseurs à propos de Ω divergent *i.e.* $\mathbb{P}^i(\omega) = \mathbb{P}^j(\omega)$. Ils ont en revanche tous la même fonction d'utilité. Varian considère un étalement à moyenne constante des $\mathbb{P}^i$, *i.e.* $\sum_{i \in N} \mathbb{P}^i(\omega)/n$ est inchangé pour tout $\omega \in \Omega$ alors que les $\mathbb{P}^i(\omega)$ sont davantage dispersés. Il montre que d'après les mesures empirique d'aversion au risque, cet étalement provoque une baisse théorique du prix du titre.

[19] A moins d'admettre que les agents commettent des erreurs lorsqu'il calculent leurs *a posteriori* à cause de biais cognitifs, comme un biais de sur-confiance (voir Barberis et Thaler, 2003 pour une revue de la finance comportementale). L'hypothèse d'*a priori* hétérogènes est toutefois équivalente.

[20] Effectivement, le volume de titres échangés sur les marchés et la variabilité des cours boursiers laissent davantage croire en l'existence d'une spéculation effrénée qu'en une absence d'échange spéculatif (voir Shiller, 1981 pour un travail pionnier). Nous retrouvons alors l'approche « positiviste » de Friedman (1953) : peu importe que les hypothèses du modèle paraissent simplificatrices ou imparfaites s'il apporte une bonne description et des explications réalistes de la réalité.

Harrison et Kreps (1978) considèrent un modèle d'échange dynamique en temps fini proche de celui de Tirole (1982). Cependant, les investisseurs ont des *a priori* hétérogènes (sans quoi il n'y a pas d'échange). Ils montrent qu'interdire les ventes à découvert peut faire émerger un terme de bulle de façon endogène, *i.e.* un investisseur accepte d'acquérir le titre à un prix surévalué de son point de vue, en espérant le revendre encore plus cher à un agent qui le valorise potentiellement très fortement lors d'une période suivante. En revanche, si les ventes à découvert sont autorisées, l'agent en question préfère vendre le titre à découvert, cette stratégie étant moins risquée et immédiatement payante[21]. Il existe évidemment de très nombreuses frictions qui limitent la capacité des agents à faire « éclater une bulle » et soutiennent l'argument de Harrison et Kreps (voir Shleifer et Vishny, 1997 pour une revue).

Allen *et al.* (1993) utilisent un cadre proche pour montrer que l'existence d'une bulle dépend de la capacité des agents à formuler des « croyances d'ordres supérieurs » (que pensent les autres, que pensent les autres de ce que pensent les autres, etc.). Le paiement final (en $T < \infty$) $\tilde{v}(\omega)$ dépend de l'état du monde $\omega \in \Omega$. Cet état du monde, inconnu des agents, est déterminé par la nature au début du jeu. Chaque investisseur reçoit alors une partition sur Ω et juge donc possibles les états $\omega \in P^i(\omega)$. Ils peuvent alors échanger l'actif risqué durant chaque période $t = 1, \ldots, T-1$ du jeu (en ayant la possibilité d'emprunter à taux nul sans limite). Les investisseurs affinent évidemment les états du monde qu'ils jugent possibles en observant les transactions. Allen *et al.* différencient alors deux types de bulle. La *bulle anticipée* : un agent achète le titre à un prix supérieur à celui qu'il accepte de payer s'il doit obligatoirement détenir le titre jusqu'à maturité. Il s'agit alors d'une prime à la Keynes-Harrison-Kreps à laquelle l'agent consent pour disposer de l'opportunité de revendre le titre lors d'une période d'échange future atteignable d'après son information où d'autres agents le valorisent encore plus fortement. La condition nécessaire à l'apparition d'une bulle anticipée est une interdiction des ventes à découvert dans au moins une période d'échange future[22].

Ils définissent ensuite une *bulle forte* : pour chacun des investisseurs, il n'existe aucun état ω atteignable d'après son information où la valeur liquidative du titre est supérieure au prix auquel il s'échange. Alors que pour la bulle anticipée il suffit qu'un agent achète le titre à un prix supérieur à sa valeur liquidative *attendue* (selon lui), le titre s'échange ici à un prix supérieur à la valeur maximale qu'il peut atteindre *au mieux* selon tous les agents. Supposons par exemple que $N = i, j, k$, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ et $\tilde{v}(1) = 1, \tilde{v}(2) = 2, \ldots, \tilde{v}(5) = 5$. Admettons alors qu'en $\omega = 3$ et $t < T$ i juge possibles les états 1, 2 ou 3, j les états 2 ou 3, et k les états 2, 3 ou 4. Alors il y a une bulle forte si le titre s'échange à un prix

[21]Le terme de bulle peut donc être vu comme le coût d'élargissement de l'ensemble des paiements contingents aux futurs états du monde atteignables : une sorte de friction due à l'incomplétude du marché (les ventes à découvert étant interdites et non réplicables).

[22]L'agent accepte de payer la prime car détenir le titre lui offre l'opportunité de pouvoir le revendre encore plus cher dans le futur, même si les ventes à découvert sont alors interdites. Allen *et al.* (1993) raffinent donc le résultat de Harrison et Kreps (1978) en montrant que la bulle est une prime de flexibilité.

supérieur à 4. Outre la condition sur les ventes à découvert, il est nécessaire pour que cette bulle apparaisse que la structure d'information ne soit pas connaissance commune parmi les investisseurs (les partitions d'information ne sont pas connaissances communes).

Morris *et al.* (1995) approfondissent cette idée en recourant au concept de « connaissance presque commune » introduit par Rubinstein (1989) avec l'exemple suivant. Un joueur i transmet à j un message – par exemple l'heure d'un rendez-vous – qui peut se perdre avec une probabilité $p > 0$. Il faut donc que j confirme l'arrivée du message par un accusé de réception qui, à son tour, peut se perdre. Si i reçoit l'accusé, il doit donc confirmer sa réception sans quoi j peut penser que l'accusé n'est jamais arrivé, et ainsi que i pense que le message initial n'est jamais parvenu à j. Dans le cas où i ne reçoit pas l'accusé, il peut douter que j ait reçu le message initial. Rubinstein montre que tant que $p > 0$, les deux agents doivent échanger une infinité d'accusés de réception pour que le message initial soit connaissance commune parmi eux au sens strict. Pourtant, même si « seulement » quelques accusés de réception sont échangés, il est fort à parier que des joueurs (réels) jugeront que le message est connaissance commune. Il est donc intéressant de se situer dans une configuration intermédiaire de connaissance presque commune.

Morris *et al.* (1995) considèrent alors un modèle analogue à celui de Allen *et al.* (1993). Ils notent $\Omega_T = \{\omega \in \Omega : \tilde{v}(\omega) = 0\}$ l'ensemble des états où le paiement du titre est nul, et $\Omega_t = \{\omega \in \Omega : p_t(\omega) = 0\} = K_t^N K_{t+1}^N \dots K_T^N(\Omega_{T-1})$ l'ensemble des états dans lesquels le prix est nul en période t, qui est égal aux états dans lesquels les investisseurs savent en t que tous les investisseurs sauront en $t+1\dots$ que tous les investisseurs sauront en $T-1$ que le paiement sera nul en T. Morris *et al.* montrent que $K_t^{N(T-t)}(\Omega_T) \subseteq \Omega_t$. Ainsi, s'il est connaissance mutuelle d'ordre $T-t$ en t que le paiement du titre sera nul en T, le prix est nul en t. La « profondeur de connaissance » joue donc un rôle essentiel, et il est possible d'obtenir des résultats sans qu'un évènement soit nécessairement connaissance commune. Morris *et al.* montrent en outre que

$$B_t^p B_{t+1}^p \dots B_{T-1}^p(\Omega_T) \subseteq \Omega_t(p) = \{\omega \in \Omega : p_t(\omega) \leq (1-p)(T-t)v^*\} \text{ où } v^* = \max_{\omega\in\Omega}\tilde{v}(\omega),$$

avec $B_t^p(E)$ les états dans lesquels l'évènement $E \subseteq \Omega$ est une p-croyance mutuelle, *i.e.* pour tout $i \in N$ $\mathbb{P}_i(E|P_t^i(\omega)) \geq p$ (avec $\mathbb{P}_i \neq \mathbb{P}_j$ en cas d'*a priori* hétérogènes)[23]. Ainsi, si tous les investisseurs p-croient en t que tous les investisseurs p-croiront en $t+1\dots$ que tous les investisseurs p-croiront en $T-1$ que le paiement du titre sera nul en T, le prix peut être positif puisque $(1-p)(T-t)v^* > 0$. En outre plus p est faible plus le prix peut être élevé. Précisons que Conlon (2004) affine ces résultats. Enfin, notons que se placer dans le cadre moins restrictif que celui de connaissance commune permet également d'expliquer les attaques spéculatives (Morris et Shin, 1998) ou le problème de coordination lorsqu'il s'agit de faire éclater une bulle (Abreu et Brunnermeier, 2003).

[23] Cette notion a été apportée par Monderer et Samet (1989). Il s'agit des états dans lesquels tous les agents estiment que l'évènement E est vrai avec une probabilité supérieure à p. Il y a connaissance mutuelle au sens strict si $p = 1$. Cette approche permet notamment à Monderer et Samet de relâcher le résultat d'Aumann (1976) : si les probabilités *a posteriori* de deux agents sont des p-croyances communes parmi eux elles ne peuvent différer de plus de $2(1-p)$.

Nous terminons cette digression avec le modèle de Biais et Bossaerts (1998) qui considèrent un « concours de beauté à la Keynes » entre des agents qui accordent une valeur subjective $\tilde{v}_i$ à un actif (par exemple une œuvre d'art). L'agent i a la possibilité d'acheter le titre en t pour le revendre en $t+1$ à la valeur de réservation de deux agents identique j et k (qui se livrent à une concurrence à la Bertrand) tirés au hasard parmi les agents qui n'ont pas encore participé au jeu. Si la valeur de réservation de i est supérieure à celle de j et k, i conserve l'actif et rencontre deux nouveaux investisseurs identiques en $t+2$ tirés au hasard. Sinon, k ou j est aléatoirement choisi pour acquérir le titre, puis rencontre deux nouveaux investisseurs identiques en $t+2$, etc. Les $\tilde{v}_i$ sont distribués d'après une loi paramétrée par $\tilde{\theta}$ de densité $f(.|\theta)$. Biais et Bossaerts distinguent trois cas : le *cas connaissance commune* où θ est connaissance commune ; le *cas a priori commun* où tous les i ont le même *a priori* sur $\tilde{\theta}$; le *cas désaccord* où chaque i dispose d'un *a priori* privé sur $\tilde{\theta}$. Dans le dernier cas, les *a priori* des joueurs ne sont pas connaissances communes, ce qui relativise la critique d'Aumann (1987)[24]. Enfin dans le dernier cas, Biais et Bossaerts formulent l'hypothèse que chaque agent adopte la « règle de l'opinion moyenne » : chaque i considère que $\tilde{v}_i$ est la valeur moyenne accordée à l'actif par les autres investisseurs, ce qui permet de définir les croyances d'ordres supérieurs (que croit j de $\tilde{v}_i$, que croit j de ce que croit i de $\tilde{v}_j$, etc.). Dans le *cas connaissance commune* aucune prime spéculative à la Keynes-Harisson-Kreps n'inflate le prix de l'actif. Dans le *cas a priori commun* la valeur de réservation de l'agent i en t est égale à la plus forte valeur subjective ($\tilde{v}_j$) accordée par les futurs acheteurs potentiels j d'après l'information de i en t. L'échange n'est donc motivé que pour réaliser une allocation Pareto améliorante de l'allocation initiale. En revanche, il est possible d'observer dans le *cas désaccord* des « échanges de désaccords ». Par exemple, un agent i qui valorise fortement l'actif ($\tilde{v}_i$ est élevé) le vend à un agent j qui le valorise faiblement ($\tilde{v}_j$ est faible). Ainsi, des divergences d'opinions (au sens de Varian, 1992) permettent d'observer des échanges spéculatifs.

Les *noise traders*. Comme nous l'avons dit, Morris (1995) fait remarquer que si les modèles basés sur un *a priori* commun échouent à expliquer la réalité, c'est d'abord dû à leur irréalisme. Il note toutefois qu'il est possible de réconcilier cette hypothèse avec les faits, à condition d'admettre que certains participants au marché poursuivent d'autres motifs que la maximisation de leur profit (les *noise traders*). Les pertes qu'ils supportent transforment alors la spéculation en un jeu à somme nulle du point de vue des investisseurs (rationnels), ce qui rend possible l'analyse de la spéculation. C'est par exemple le cas si les investisseurs disposent d'une responsabilité limitée puisque les apporteurs en capitaux supportent leurs pertes. En effet, Allen et Gorton (1993) montrent que les investisseurs s'engagent alors dans des paris inconsidérés qui provoquent une bulle[25]. L'approche du *noise traders* est

[24] Les joueurs sont en désaccord fondamental mais l'objet de leur désaccord n'est pas connaissance commune.

[25] Un problème d'agence invoqué par Allen et Gale (2000) pour expliquer l'émergence puis le krach de la bulle japonaise des années 1980 et des bulles d'Asie du sud-est, des pays d'Europe du nord et d'Amérique

particulièrement fructueuse dans les modèles à anticipations rationnelles à la Grossman (1976), comme nous allons le voir. Précisons d'abord que, là aussi, cette hypothèse n'est pas exempte de critiques méthodologiques. En particulier, comment justifier la présence à long-terme sur le marché d'agents qui perdent de l'argent ? Ces pertes peuvent cependant être volontairement consenties si ces agents ont besoin de liquidités, de couvrir un risque ou de diversifier leur position. En outre, De Long *et al* (1990a ;1990b) montrent que des agents irrationnels peuvent durablement survivre sur un marché voire, le déstabiliser de manière significative.

L'équilibre à anticipations rationnelles bruité. Il est donc possible de faire émerger un échange entre agents rationnels qui partagent un *a priori* commun si certains participants au marché ne sont pas rationnels, ou échangent pour des motifs exogènes sur la base de dotations aléatoires (ce qui rend leur demande imprévisible). Cette hypothèse est très utile dans les modèles à la Grossman (1976). En effet, elle permet de rendre le prix imparfaitement révélateur des informations privées dispersées, une variation du prix n'ayant plus nécessairement pour contrepartie un ordre informé[26].

Dans cette veine, l'hypothèse la plus répandue consiste à supposer que des *noise traders* soumettent à tout instant un volume aléatoire d'ordres sur les marchés financiers. Cette hypothèse est particulièrement pratique puisqu'elle permet d'obtenir un équilibre dans les modèles à la Grossman (1976) à partir de la procédure détaillée en note 13. Dans ce contexte, outre la demande des investisseurs informés, des *noise traders* soumettent un flux d'ordres $\tilde{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$ imprévisible. Le prix n'est alors plus une statistique suffisante de $\tilde{v}$ mais un étalement à moyenne constante :

$$\tilde{p} = a_1 + a_2\tilde{v} + a_3\tilde{u}.$$

Dés lors, il est possible de résoudre a_1, a_2 et a_3 d'après les paramètres exogènes du modèle : l'aversion au risque des investisseurs, la précision de leur information, la dispersion de leurs signaux, la variance de la demande des *noise traders*, etc. Un tel modèle permet alors de calculer en fonction de ces paramètres l'efficience informationnelle du prix, l'espérance d'utilité des investisseurs, la valeur de l'information, le volume de titres échangés, etc. Il est donc possible de se livrer à des exercices de statiques comparatives. L'autre mérite d'un tel modèle est sa robustesse qui permet un très grand nombre d'extensions.

L'ajout du bruit permet notamment de résoudre le paradoxe de Grossman (1976). En effet si $\tilde{p}$ reflète imparfaitement les signaux dispersés, les agents ne basent plus uniquement

du sud durant les années 1990.

[26]Voir Black (1986) pour l'une des premières défenses de cette hypothèse. Selon lui le « bruit » qui perturbe le prix d'un bien ou d'un actif n'est pas forcément néfaste puisqu'en limitant la révélation des informations dispersées, il maintient l'incitation des agents à en produire. Il suggère ainsi un arbitrage social entre incitations individuelles et bruit dans le système de prix. Bruit qui limite l'agrégation de l'information au prix, alors que cette dernière est d'après Hayek (1945) l'intérêt majeur d'une économie décentralisée, mais qui permet aussi de réconcilier intérêt individuel et social.

leur estimation de $\tilde{v}$ sur $\tilde{p}$ mais aussi sur leur propre signal $\tilde{s}_i$. Dit autrement, la valeur de leur signal $\tilde{s}_i$ est positive, ce qui permet de rendre endogène l'acquisition d'information (aucun agent n'a intérêt à en produire dans le modèle de Grossman puisqu'elle est immédiatement révélée aux autres investisseurs[27]). Dans ce cadre, Grossman et Stiglitz (1980) montrent qu'une fraction positive des investisseurs exercent un effort pour produire un signal sur $\tilde{v}$ tant que $\sigma_u^2 > 0$ (les autres se contentant de l'information véhiculée par le prix). En revanche si le bruit disparait ($\sigma_u^2 = 0$) l'équilibre n'est plus défini. Ainsi, si les investisseurs doivent fournir un effort pour produire de l'information, le prix de marché ne peut pas être efficient au sens fort.

Le cadre « linéaire gaussien bruité » de Grossman et Stiglitz a donné lieu à de très nombreuses extensions. Une des première est sa généralisation à des agents hétérogènes *i.e.* plus ou moins averses au risque ($\gamma_i \neq \gamma_j$) et informés ($\sigma_{\epsilon_i}^2 \neq \sigma_{\epsilon_j}^2$). Là encore, Hellwig (1980) montre qu'un équilibre existe tant que $\sigma_u^2 > 0$. L'efficience informationnelle du prix est évidemment plus forte si les investisseurs tolèrent davantage le risque et sont mieux informés. Admati (1985) étend le modèle de Hellwig au cas où plusieurs actifs sont cotés. Leurs paiements sont distribués d'après une matrice de variance-covariance dont les covariances sont non nulles, et les investisseurs reçoivent un vecteur de signaux sur ces paiements. La structure informationnelle est donc très riche puisque les paiements des titres sont corrélés, ce qui permet de mettre en lumière des phénomènes contre-intuitifs. Par exemple s'il n'y a qu'un seul actif coté, une hausse de $\tilde{v}$ doit se traduire par un prix $\tilde{p}$ en moyenne plus élevé. L'espérance conditionnelle de $\tilde{v}$ est donc plus élevée conditionnellement à un prix plus élevé. Dit autrement, le prix agrège efficacement l'information et une hausse de ce dernier constitue une « bonne nouvelle » au sens de Milgrom (1981a)[28]. En revanche, cette propriété n'est plus respectée en présence de $k > 1$ actifs *i.e.* une hausse de $\tilde{v}^h$ peut correspondre à un prix $\tilde{p}^h$ en moyenne plus faible[29]. Ce résultat ne provient pas d'une irrationalité des investisseurs mais au contraire de leur très forte rationalité qui, sous l'hypothèse d'anticipations rationnelles, leur permet de saisir toutes les subtilités des relations croisées entre les nombreuses variables aléatoires observées (leurs signaux et les prix de marché).

Les extensions du modèle de Grossman et Stiglitz (1980) sont trop nombreuses pour être

[27]Ce problème d'éviction de l'information rejoint la question plus générale de la rémunération de l'innovation. Hirshleifer (1971) considère que l'innovation est doublement rétribuée puisque les inventeurs disposent de leur découverte *per se* ainsi que de la possibilité d'anticiper son effet sur l'état du monde. Le fait que l'information financière puisse être (fortement) évincée par le prix relativise toutefois l'application de son analyse aux marchés financiers (si l'inventeur est par exemple un analyste financier).

[28]Milgrom (1981a) montre que si des variables aléatoires et des signaux respectent la propriété du « rapport de vraisemblance monotone », la répartition d'une variable aléatoire conditionnelle à un « bon signal » doit dominer stochastiquement à l'ordre 1 sa répartition conditionnelle à un « mauvais signal », *i.e.* pour toute réalisation possible x de la variable aléatoire, la probabilité de faire mieux que x conditionnellement au bon signal est plus élevée que conditionnellement au mauvais signal.

[29]La demande pour un titre peut aussi augmenter en moyenne avec son prix (effet Giffen).

énumérées ici. Nous renvoyons donc aux revues de Brunnermeier (2001) et Vives (2008). Nous nous contentons de mentionner en dernier lieu une contribution récente qui permet d'illustrer simplement la spéculation décrite par Keynes (1936) (le « concours de beauté »). Allen, Morris et Shin (2006) considèrent que chaque génération d'investisseurs ne vit qu'une seule période. Les investisseurs de la génération $T < \infty$ obtiennent le paiement $\tilde{v}$ en $T+1$ alors que les investisseurs de la génération $T-1$ revendent le titre aux investisseurs de la génération T, etc. Ainsi, si l'objectif des investisseurs T est d'estimer $\tilde{v}$, l'objectif des investisseurs $T-1$ est d'estimer l'estimation moyenne de $\tilde{v}$ des investisseurs T, etc. Dans ce contexte, les investisseurs accordent une importance démesurée à l'information (publique) véhiculée par le prix qui sert de point focal, au détriment de l'efficience informationnelle[30].

Les modèles à la Grossman et Stiglitz (1980) permettent donc d'aborder de très nombreuses problématiques des marchés financiers dans un cadre robuste. Ils souffrent toutefois d'une limite puisque les agents y sont atomistiques et sont donc preneurs de prix, ce qui n'est pas le cas des investisseurs de grande taille (ou qui agissent sur des marchés spécialisés).

Modéliser des investisseurs (de grande taille) au comportement stratégique. Kyle (1989) propose une extension directe du modèle de Grossman et Stiglitz où les investisseurs sont en nombre fini et tiennent donc compte de leur impact sur le prix. Sa complexité réduit cependant son intérêt. Kyle (1985) propose toutefois un modèle beaucoup plus maniable dans cette veine, que nous utilisons dans les chapitres 1 et 2 de la thèse.

Le modèle de Kyle (1985) adapte le concept de concurrence en quantité entre des investisseurs initiés non atomistiques. Ces derniers sont dotés d'une information qu'ils utilisent pour arbitrer le prix d'un actif risqué coté sur un marché dirigé par un « spécialiste » (teneur de marché). Dans ce contexte, si l'un des investisseurs échange de manière agressive, son information est révélée au teneur de marché, ce qui dilue sa valeur. En revanche, si un investisseur participe au marché avec trop de retenue, il laisse le champ libre aux autres investisseurs pour exploiter l'opportunité d'arbitrage. Chaque investisseur agit donc de façon stratégique pour maximiser la valeur de son information en fonction des données exogènes : la nature et la précision de son signal, la façon dont l'information est distribuée, le nombre d'investisseurs concurrents, l'ampleur de la demande aléatoire des *noise traders* qui offre un « camouflage » et des contreparties, etc.

Ce modèle permet ainsi de considérer des investisseurs qui tiennent compte de leur influence sur le prix. Dès lors, la façon dont l'information est distribuée et ses caractéristiques influencent fortement les propriétés du marché. En effet, les investisseurs adoptent un comportement plus ou moins concurrentiel selon le degré de médiatisation de leur in-

[30] Il s'agit d'une adaptation du modèle plus schématisé de Morris et Shin (2002). Ces derniers démontrent que l'information publique peut avoir un effet néfaste en matière de bien-être social en créant un point focal lorsque les agents ont à la fois un motif privé et un motif de coordination (anticiper ou suivre le consensus).

formation. Ce modèle permet aussi de considérer des investisseurs neutres au risque qui agissent donc sans retenue lorsqu'il s'agit d'exploiter une opportunité de gain. Le modèle de Kyle (1985) est donc adapté à l'analyse du comportement des investisseurs institutionnels dont le volume de titres échangés représente une part importante des transactions financières, et dont la taille est suffisante pour leur permettre de couvrir leurs positions. Deux considérations qui justifient l'usage d'investisseurs neutres au risque non atomistiques (Di Mascio *et al.*, 2015 et Kyle *et al.*, 2011).

Comme dans les modèles à la Grossman et Stiglitz (1980), chaque investisseur i détient un signal $\tilde{s}_i = \tilde{v}+\epsilon_i$. Ils soumettent simultanément des « ordres au marché » q_i non conditionnés au prix, ce qui permet de simplifier l'analyse en comparaison du modèle de Kyle (1989) où les investisseurs conditionnent leur demande à ce dernier (en tenant compte de leur propre influence). Les investisseurs conjecturent une fonction de prix $\tilde{p} = \lambda \tilde{f}$ où $\tilde{f} = \sum_{i\in N} q_i + \tilde{u}$ avec $\tilde{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ la demande imprévisible des *noise traders*. Il faut aussi conjecturer que $q_i = \phi \tilde{s}_i$. Les investisseurs demandent alors une quantité q_i de façon à maximiser leur profit attendu $q_i \mathbb{E}(\tilde{v} - \tilde{p}|\tilde{s}_i)$ avec $\tilde{p} = \lambda q_i + \lambda \sum_{i\in N\setminus i} \phi \tilde{s}_i + \lambda \tilde{u}$. Un teneur de marché fixe alors le prix à son niveau d'efficience informationnel *i.e.* $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$ et absorbe l'excès de demande (ou d'offre) à ce prix. On vérifie alors les conjectures initiales à l'équilibre, *i.e.* on s'assure que q_i et $\tilde{p}$ respectent les formes conjecturées, puis on résout les coefficient ϕ et λ en fonction des paramètres exogènes du modèle. Là encore, les extensions à ce modèle sont extrêmement nombreuses. Nous renvoyons donc aux revues de Brunnermeier (2001) et Vives (2008) ainsi qu'aux travaux cités dans les chapitres 1 et 2 de la thèse.

Précisons aussi que comme dans les modèles à la Grossman et Stiglitz (1980), la liquidité du marché est assurée dans le modèle de Kyle (1985) par la demande aléatoire de *noise traders* qui échangent pour des motifs exogènes (comme des chocs idiosyncratiques de liquidité). Il n'y a donc aucun échange en leur absence, comme nous l'avons expliqué plus haut. La demande des *noise traders* a cependant l'inconvénient d'être indépendante des caractéristiques du marché. Toutefois, le modèle de Kyle permet de la rendre endogène, ce que nous faisons dans le chapitre 2.

Nous considérons dans le chapitre 1 un modèle standard à la Kyle (1985) où les investisseurs ont la possibilité de produire soit un signal « fondamental » sur la valeur de l'actif risqué, soit un signal « non-fondamental » sur les chocs de demande transitoires (des *noise traders*). Le coût du signal non-fondamental détermine son accessibilité. Cet exercice permet d'évaluer les conséquences sur les propriétés du marché lorsque certains investisseurs délaissent l'analyse fondamentale pour acquérir de l'information sur les incohérences transitoires du prix. Par exemple, le *trading* algorithmique permet d'exploiter les incohérences de très court terme grâce à des données de haute fréquence. A moyen terme, l'évaluation du « sentiment de marché », l'analyse chartiste ou l'estimation des chocs de demande provoqués par les institutions confrontées à des problèmes de liquidité offrent aussi des opportunités d'arbitrage indirectement liées à la valeur de l'actif.

Les résultats obtenus dans le chapitre 1 suggèrent que réduire le coût d'accès à l'information non-fondamentale provoque un effet d'éviction néfaste à l'efficience informationnelle du prix : la production d'information fondamentale est découragée au profit de l'information non-fondamentale. La présence des investisseurs non-fondamentalistes a toutefois un effet bénéfique : ils apportent des contreparties à la demande des *noise traders*. Nous montrons cependant que cet effet bénéfique peut être annulé par une externalité négative provoquée par l'éviction des investisseurs fondamentalistes : la réduction de leur nombre réduit la concurrence à laquelle ils se livrent, ce qui détériore la liquidité du marché en renforçant la sélection adverse[31].

Dans le chapitre 2, nous analysons les conséquences d'une évolution de la répartition de l'information (fondamentale) parmi les investisseurs dans un modèle où la demande des *noise traders* est endogène. Pour cela, nous considérons un modèle à la Kyle (1985) où des agents non informés échangent pour un motif de partage de risque avec des investisseurs répartis sur un réseau, qui partagent leurs signaux avec leurs contacts. L'ajout du réseau affecte fortement les propriétés du marché. L'adaptation subséquente des agents non spéculatifs permet alors d'évaluer l'effet structurel de cette évolution de la répartition de l'information. En particulier, cela permet de considérer l'effet structurel d'évolutions technologiques ou légales qui facilitent la diffusion de l'information parmi les investisseurs institutionnels[32]. Nous montrons que lorsque la demande des *noise traders* est endogène, l'ajout du réseau peut améliorer conjointement le profit des investisseurs, l'utilité espérée des *noise traders* et l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original impossible à obtenir sans modifier la distribution des signaux par l'ajout du réseau.

Les chapitres 1 et 2 intègrent donc une littérature très vaste qui, sur la base des modèle développés par Grossman et Stiglitz (1980) et Kyle (1985), analyse la production d'information par les investisseurs et l'usage qu'ils en font selon les propriétés du marché. Dans le reste de cette section, nous détaillons de façon non techniques les résultats obtenus dans les chapitres 1 et 2 de la thèse.

[31] La sélection adverse fait référence à l'effet néfaste de la présence d'investisseurs fondamentalistes. En effet, contrairement aux autres acteurs du marché, les investisseurs fondamentalistes détiennent une information sur la valeur de l'actif risqué. Or, le teneur de marché ne peut distinguer leur demande de celle des agents non informés et s'expose donc à des pertes (il est perdant en assurant la contrepartie d'un ordre émanant d'un investisseur fondamentaliste). Il limite donc la liquidité du marché pour s'en prémunir.

[32] Communication accrue de la part des firmes, Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication (NTIC), capacités supérieures de traitement des données, etc.

Synthèse du chapitre 1 : « Production d'information par des investisseurs au comportement stratégique en présence d'information non-fondamentale »[33]

Dans le chapitre 1, nous évaluons les propriétés d'un marché où les investisseurs peuvent produire soit de l'information qui concerne un actif risqué, soit de l'information « non-fondamentale ». Par information non-fondamentale, nous désignons de l'information qui ne concerne pas directement l'actif mais le marché sur lequel il est côté. Notre objectif est d'évaluer les conséquences en matière de bien-être social lorsque certains investisseurs délaissent les stratégies d'investissement basées sur l'analyse fondamentale, pour adopter une politique d'investissement basée sur l'exploitation d'incohérences de court-terme sur le marché. Nous montrons que ce phénomène a un impact potentiellement néfaste en matière de bien-être social.

Pour cela, nous considérons un modèle à la Kyle (1985) où les investisseurs peuvent produire contre un coût un signal bruité sur la valeur de l'actif risqué ou un signal bruité sur la demande aléatoire transitoire des *noise traders*[34]. Les investisseurs fondamentalistes achètent (resp. vendent) le titre s'ils estiment que son prix est inférieur (resp. supérieur) à sa valeur fondamentale. En revanche, les investisseurs non-fondamentalistes achètent (resp. vendent) le titre si la demande des *noise traders* est négative (resp. positive). Ainsi, les investisseurs non-fondamentalistes arbitrent les chocs de demande de court terme.

Dans un premier temps, nous considérons comme exogène le nombre d'agents parmi chaque catégorie d'investisseurs. Sur cette base, nous déterminons l'équilibre linéaire de Nash bayésien à partir de la méthode habituellement utilisée dans les modèles à la Kyle (1985). Cela nous permet d'obtenir le profit espéré par les investisseurs de chaque catégorie. Nous déterminons ensuite la quantité d'équilibre d'agents parmi chaque catégorie d'investisseurs de façon similaire aux modèles d'économie industrielle avec coût d'entrée. En effet, nous admettons qu'un investisseur supplémentaire acquiert un signal tant que son profit espéré net est positif.

Nous montrons alors que réduire le coût de l'information non-fondamentale produit un effet d'éviction : puisque les investisseurs non-fondamentalistes (par la suite « spéculateurs ») monopolisent une partie du profit des investisseurs fondamentalistes (par la suite « investisseurs »), le nombre de spéculateurs augmente au détriment du nombre d'investisseurs. En effet, en soumettant avec profit des ordres contrariants face à la demande des *noise traders*, les spéculateurs réduisent l'ampleur du « bruit » dans le flux d'ordres. Or, la valeur de l'information fondamentale est une fonction croissante de ce bruit qui offre des contreparties aux ordres des investisseurs et les « camoufle » aux yeux du teneur de marché.

[33] L'article original est intitulé « Strategic Trading with Endogenous Information Acquisition and Non-Fundamental Information ».

[34] Agents qui échangent pour des motifs exogènes comme des chocs idiosyncratiques de liquidité.

En résumé, l'entrée des spéculateurs réduit la valeur de l'information fondamentale et donc la quantité d'agents qui en produisent. Une externalité qui provoque une dégradation de l'efficience informationnelle du prix de l'actif. Effectivement, moins d'information fondamentale est produite et la concurrence à laquelle se livrent les investisseurs diminue. L'entrée des spéculateurs a toutefois un aspect positif en matière de bien-être social. En effet, en soumettant des ordres contrariants face à la demande des *noise traders*, les spéculateurs réduisent l'impact qu'ont ces derniers sur le prix, et ainsi le coût de transaction qu'ils supportent.

L'effet net de l'entrée des spéculateurs sur le bien-être des *noise traders* ne se limite toutefois pas à cet aspect positif. Comme nous l'avons mentionné, la présence des spéculateurs réduit le nombre d'investisseurs (fondamentalistes) et ainsi la concurrence à laquelle ils se livrent. Par conséquent, « l'avantage informationnel » des investisseurs s'accroît puisqu'ils disposent d'un plus grand pouvoir de marché, ce qui leur permet d'exploiter leur information plus efficacement. En contrepartie, la sélection adverse sur le marché augmente, ce qui contraint le teneur de marché à réduire la liquidité[35]. Cette réduction de la liquidité peut alors annuler l'effet bénéfique de l'entrée des spéculateurs sur le bien-être des *noise traders* que nous venons de mentionner.

En résumé, l'entrée des spéculateurs suite à une baisse du coût de l'information non-fondamentale provoque deux effets. Premièrement, ils absorbent une partie de la demande des *noise traders*, ce qui réduit leur impact sur le prix. Deuxièmement, l'effet d'éviction détériore la liquidité du marché, ce qui renforce l'impact des *noise traders* sur le prix. Nous montrons que si l'information fondamentale et non-fondamentale est précise, le second effet (néfaste) domine le premier effet (positif). Sous cette condition, l'ouverture de l'accès à l'information non-fondamentale est particulièrement néfaste puisque l'efficience informationnelle du prix du titre et le bien-être des agents non spéculatifs (*noise traders*) se dégradent, ainsi que le profit des investisseurs (fondamentalistes).

Pour tester la robustesse de ce résultat, nous considérons aussi la situation où les agents peuvent acquérir simultanément de l'information fondamentale et non-fondamentale. Une hypothèse sous laquelle nous obtenons la même conclusion. Nous montrons donc que favoriser l'accès à l'information non-fondamentale – en facilitant la mise en place de stratégies algorithmiques, en offrant des données sur le sentiment de marché ou les blocs d'ordres des institutions qui subissent un choc de liquidité – peut être néfaste en matière de bien-être social, en conduisant des investisseurs à délaisser l'analyse fondamentale.

Un argument est cependant parfois invoqué en faveur de l'information non-fondamentale : elle permet à ses détenteurs d'extraire de l'information fondamentale du prix, et ainsi d'améliorer son efficience informationnelle. Effectivement, connaître la demande non spéculative permet d'isoler les variations de prix provoquées par la demande des investisseurs

[35]Rendre le prix plus sensible à la demande pour se prémunir des pertes qu'il supporte en absorbant les ordres des investisseurs. Voir la note 31.

de celles provoquées par les *noise traders*[36]. En d'autres termes, si les spéculateurs ont la possibilité d'analyser le prix, ils peuvent l'utiliser pour estimer la valeur l'actif risqué à partir de leur information non-fondamentale.

Nous considérons cette possibilité en supposant que les spéculateurs, en plus d'acquérir de l'information non-fondamentale, ont la possibilité de soumettre des ordres à cours limité (conditionnés au prix de marché).

Une simple modification du modèle permet d'intégrer cette hypothèse. Il suffit d'admettre que les investisseurs déploient leurs ressources pour conduire des analyses fondamentales, alors que les spéculateurs investissent dans des technologies qui leur permettent d'analyser à haute fréquence le flux d'ordres dirigé vers le marché. Dans le premier cas, les investisseurs obtiennent une estimation de la valeur du titre à long terme. Dans le second cas, les spéculateurs obtiennent une estimation de la demande des *noise traders* et la possibilité de soumettre des ordres conditionnés au prix[37]. En résumé, nous admettons que les spéculateurs détiennent un signal sur la demande des *noise traders* et observent la demande agrégée des investisseurs et des *noise traders* avant de soumettre leurs ordres (ils pratiquent le « *front-running* »).

La demande des spéculateurs a deux composantes sous cette hypothèse : une première composante contrariante, basée sur leur information non-fondamentale, qui vise à arbitrer le choc transitoire provoqué par la demande des *noise traders* ; une seconde composante fondamentale, basée sur l'estimation de la valeur du titre qu'ils obtiennent en isolant la demande des *noise traders* du flux d'ordres agrégés dirigé vers le marché. Bien que les spéculateurs concurrencent à présent les investisseurs (fondamentalistes) pour exploiter l'information fondamentale, nous montrons que leur entrée a toujours un effet potentiellement néfaste en matière de bien-être social : ils réduisent l'efficience informationnelle du prix et, sous certaines conditions, le bien-être des *noise traders.*

Précisons que la complexité du modèle impose alors le recours à des solutions numériques. Il est toutefois possible d'obtenir des résultats analytiques dans le cas où l'information non-fondamentale est non bruitée (le modèle étant fortement simplifié par ce biais). Sous cette hypothèse, il existe deux équilibres lors de l'étape de production d'information par les investisseurs. Un « bon équilibre » avec peu de spéculateurs et beaucoup d'investisseurs (fondamentalistes), et inversement un « mauvais équilibre » avec de nombreux spéculateurs et peu d'investisseurs. Effectivement, l'efficience informationnelle du prix du titre est inférieur dans le second équilibre, alors que le coût de transaction supporté par les *noise traders* y est supérieur.

Les résultats obtenus dans le chapitre 1 démontrent donc qu'en présence d'investisseurs neutres au risque et non atomistiques, faciliter l'accès à l'information non-fondamentale peut être néfaste en matière de bien-être social. Nous contribuons ainsi à une littérature

[36] La « découverte » du prix est facilitée.

[37] Par exemple, à l'aide de technologies qui leur permettent de soumettre leurs ordres juste après avoir analysé la demande dirigée vers le marché.

récente qui analyse l'effet des stratégies basées sur des informations qui concernent la structure du marché, et non le titre lui-même, dans les modèles de microstructure. L'originalité de notre travail est d'évaluer l'effet de long-terme de ces stratégies en considérant le choix endogène des agents entre information fondamentale et non-fondamentale.

Synthèse du chapitre 2 : « Répartition de l'information dans un réseau, profit spéculatif et partage du risque »

Dans le chapitre 2, nous évaluons l'effet en matière de bien-être social d'une évolution structurelle de la répartition de l'information parmi les investisseurs d'un marché. Pour cela, nous considérons un marché où des agents non informés échangent pour un motif de partage de risque avec des investisseurs informés répartis sur un réseau, qui partagent leurs signaux avec leurs « contacts ». L'ajout du réseau formalise une meilleure diffusion de l'information parmi les investisseurs due, par exemple, à une réduction du coût des services d'information financière, à un accès facilité aux rapports d'activité des filiales de l'entreprise cotée, à une meilleure couverture de l'entreprise par la presse ou les analystes *sell side*, etc.

Nous évaluons l'effet de cette évolution en matière de bien-être social selon deux critères : le profit des investisseurs informés qui rétribue la collecte d'information ; l'espérance d'utilité des agents non informés qui mesure le rôle de partage de risque du marché. Cela nous permet de montrer qu'une meilleure diffusion de l'information peut impacter de façon non ambiguë l'efficacité du marché.

Nous nous basons sur le cadre de Colla et Mele (2010) qui proposent un modèle dynamique à la Kyle (1985) où les investisseurs répartis sur un réseau cyclique partagent leurs signaux avec leurs contacts, avant de d'échanger sur un marché où la liquidité est apportée par des *noise traders*. L'ajout du réseau offre accès aux investisseurs à davantage de signaux qui, dès lors, deviennent semi-publics[38]. Colla et Mele montrent que cette hypothèse provoque une modification du coefficient de corrélation entre les ordres des investisseurs[39], une augmentation du volume de titres échangés et une hausse de l'efficience informationnelle du prix du titre. En matière de profit spéculatif, ils soulignent deux effets contradictoires. L'accès à davantage de signaux permet aux investisseurs de mieux estimer la valeur de l'actif risqué, ce qui améliore leur avantage sur le teneur de marché (« effet-précision »). En revanche, le fait que leurs signaux deviennent semi-publics renforce la concurrence à laquelle ils se livrent pour les exploiter (« effet-concurrence »). Effectivement, chaque investisseur perd son monopole sur son information, ce qui l'incite à échanger plus agressivement pour en monopoliser la valeur avant ses concurrents. Ainsi, l'ajout du réseau n'améliore le

[38]Une information est publique (resp. privée) si elle est observée par tous les investisseurs (resp. par un seul investisseur). Le partage d'information la rend semi-publique puisque les investisseurs situés à proximité sur le réseau observe les mêmes signaux (mais pas les signaux des investisseurs éloignés).

[39]Ce coefficient décroît avec la distance qui sépare deux agents sur le réseau jusqu'à devenir négatif.

profit spéculatif que si l'effet-précision domine l'effet-concurrence, ce qui est le cas si les signaux distribués aux investisseurs sont complémentaires[40]. Le cas échéant, le profit spéculatif s'élève au détriment des *noise traders* dont la réaction est ignorée (et inversement si l'effet concurrence domine).

Ainsi, si le modèle de Colla et Mele (2010) présente l'avantage d'être dynamique, il offre une analyse partielle de l'effet du réseau en matière de bien-être social. Or, il semble réaliste d'admettre qu'un certain nombre d'innovations techniques récentes – voir la note 1 – ont amélioré la diffusion de l'information parmi les investisseurs (en particulier professionnels). Il est donc nécessaire d'évaluer dans une perspective de long terme l'effet du réseau en rendant endogène la demande des *noise traders*. Ce travail permet alors de répondre à certaines interrogations : sous quelle condition une meilleure diffusion de l'information parmi les investisseurs – l'ajout du réseau – accroît-elle le désavantage des acteurs non informés du marché, et ainsi leur bien-être ? L'ajout du réseau peut-il détériorer le bien-être de tous les acteurs du marché ou au contraire l'améliorer, et sous quelle condition ? Etc.

Pour répondre à ces questions, nous considérons une version statique du modèle de Colla et Mele (2010) où nous substituons aux *noise traders* des opérateurs en couverture (« *hedgers* ») à la Spiegel et Subrahmanyam (1992). Il s'agit d'agents rationnels non informés qui échangent pour un motif de partage de risque. Ces agents adaptent leur participation au marché en fonction de son efficacité de leur point de vue. Ainsi, si la sélection adverse s'accentue ou si l'efficacité du partage de risque se dégrade, ils échangent moins. Par conséquent, l'ampleur de la demande non spéculative se contracte, ce qui influence en retour les propriétés du marché. En particulier, les contreparties à la demande des investisseurs se raréfient, ce qui détériore leur profit.

Ce chapitre intègre donc une littérature récente qui analyse l'effet des « liens informationnels » sur les marchés financiers – les connections directes et indirectes entre les investisseurs informés. Nous contribuons à cette littérature en mettant l'emphase sur les effets en matière de bien-être social provoqués par l'ajout d'un réseau de liens informationnels. Effectivement, la liquidité du marché est apportée dans tous les articles de cette littérature par des *noise traders* dont la demande est purement aléatoire. Au contraire, l'utilisation de *hedgers* à la Spiegel et Subrahmanyam (1992) permet d'évaluer l'effet du réseau sur le profit spéculatif, ainsi que sur l'espérance d'utilité des agents qui échangent pour un motif de partage de risque.

Nous montrons que si l'effet-précision domine l'effet-concurrence lors de l'introduction du réseau, l'efficacité du marché se détériore du point de vue des *hedgers*. Ces derniers réduisent alors leur participation au marché, ce qui peut annuler l'effet bénéfique retiré par les investisseurs du partage d'information. Par ce biais, nous soulignons qu'une forte amélioration de « l'avantage informationnel » des investisseurs ne leur est pas forcément

[40] Les signaux sont complémentaires si en observer plusieurs améliore fortement l'estimation de la valeur de l'actif risqué qu'ils procurent.

bénéfique, la hausse de la sélection adverse sur le marché conduisant les agents non spéculatifs à le déserter[41]. Par conséquent, l'ajout du réseau peut dégrader conjointement le profit spéculatif et le bien-être des agents non spéculatifs. Un résultat qui souligne l'importance des effets provoqués par une évolution de la répartition l'information. L'ajout du réseau améliore toutefois systématiquement l'efficience informationnelle du prix[42].

En revanche, si l'effet-concurrence domine l'effet-précision la sélection adverse sur le marché recule. Alors, si l'efficacité du marché s'améliore fortement du point de vue des *hedgers*, ces derniers y renforcent leur activité. Ces contreparties supplémentaires permettent alors aux investisseurs de mieux exploiter leur information, ce qui compense la concurrence accrue qu'ils subissent. Sous cette hypothèse, l'ajout du réseau améliore conjointement le bien-être des *hedgers* et des investisseurs ainsi que l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original qui ne peut pas être obtenu dans le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992) où seule la précision des signaux est paramétrable, et *a fortiori* dans le modèle de Kyle (1985).

En conclusion, nous montrons qu'une meilleure diffusion de l'information financière parmi les investisseurs peut radicalement transformer un marché. Pour illustrer ce résultat, prenons l'exemple d'une entreprise très peu médiatisée et ainsi ignorée par la presse économique, par les analystes *sell side* et par les services d'information financière. Les investisseurs qui décident de l'évaluer accèdent alors à peu de données, et parviennent donc à des conclusions hétérogènes quant à sa valeur. En contrepartie, ils se livrent à une faible concurrence puisque leurs avis divergent. Le marché est cependant peu liquide car caractérisé par une forte sélection adverse, ce qui réduit les opportunités de profit. Admettons maintenant que l'entreprise bénéficie d'un regain médiatique (son titre est par exemple intégré à un indice populaire). Les investisseurs accèdent plus facilement aux informations qui la concernent, et parviennent donc à la même estimation (précise) de sa valeur. Ils se livrent alors à une rude concurrence pour exploiter l'opportunité d'arbitrage. Dès lors, la sélection adverse sur le marché diminue, ce qui provoque un accroissement de la demande non spéculative. Ces contreparties supplémentaires compensent alors la concurrence accrue que subissent les investisseurs (informés). Dans cet exemple, l'amélioration de l'accès à l'information financière provoque une hausse du profit des spéculateurs, du bien-être des agents non spéculatifs et de l'efficience informationnelle du prix du titre. Un résultat illustré par notre modèle.

Nous considérons ensuite la convergence vers un cadre atomistique. Cette hypothèse permet d'évaluer l'effet de l'ajout du réseau sur un marché de grande taille où échangent des investisseurs neutres au risque (la littérature existante ne considère que des agents

[41] Ce qui peut d'ailleurs conduire à son « gel », comme lors de la crise des *subprimes*.

[42] L'efficience informationnelle du prix ne dépend pas de l'ampleur de la demande non spéculative dans les modèles à la Kyle (1985) où les investisseurs sont neutres au risque. L'adaptation des *hedgers* suite à l'ajout du réseau n'affecte donc pas cette statistique.

averses au risque sous l'hypothèse d'atomicité). Dans les modèles qui évaluent l'effet du réseau sur un marché atomistique, plus les investisseurs sont averses au risque, plus l'ajout du réseau est bénéfique à leur bien-être et à l'efficience informationnelle du prix. Nous montrons qu'avec des investisseurs neutres au risque, l'ajout du réseau ne fait que dégrader leur profit et n'a plus aucun effet sur l'efficience informationnelle. Nous montrons donc que sur un marché atomistique, les effets bénéfiques provoqués par l'ajout du réseau ne sont dus qu'à la réduction du risque supporté par les investisseurs grâce au partage d'information. Des effets qui disparaissent si ces derniers sont neutres au risque.

Nous enrichissons donc dans le chapitre 2 les effets provoqués par l'ajout d'un réseau de partage d'information dans les modèles de microstructure.

La microéconomie appliquée à l'analyse de la coopération entre concurrents

L'analyse du comportement d'investisseurs qui agissent de façon stratégique sur un marché imparfaitement concurrentiel conduit à une problématique plus générale : la coopération entre concurrents. Il s'agit d'un sujet essentiel en microéconomie, en particulier en économie industrielle. Nous l'introduisons à partir d'un modèle très simple afin de présenter la problématique traitée dans le chapitre 3.

Précisons d'abord que la coopération entre concurrents recouvre deux phénomènes distincts. Le premier concerne la collusion, c'est à dire l'entente entre firmes dans l'objectif de pratiquer un prix de vente supérieur au prix concurrentiel, ou de réduire volontairement les quantités produites pour fixer le prix de marché à un niveau artificiellement élevé[43]. Cette coopération est *a priori* néfaste en matière de bien-être social. L'objectif du régulateur économique consiste alors à limiter les moyens dont disposent les firmes pour s'entendre de la sorte.

Une seconde forme de coopération entre concurrents est en revanche bénéfique en matière de bien-être social. Il s'agit des arrangements qui permettent aux firmes d'améliorer conjointement l'efficacité de leur processus de production, d'échanger des informations techniques ou de partager leur savoir-faire, d'abandonner des dépenses inutiles qui les conduisent à un jeu à somme nul néfaste en matière d'allocation des ressources – publicité à outrance, influence auprès des régulateurs pour évincer un concurrent –, de renoncer à des pratiques anticoncurrentielles, etc. Il s'agit également des moyens qui permettent aux firmes d'exploiter plus raisonnablement des ressources épuisables – par exemple piscicoles ou forestières – ou de faciliter une transition vers des moyens de production écologiques.

Il demeure que dans un contexte concurrentiel, chaque agent a intérêt à dévier de ses engagements, qu'il s'agisse des modalités d'une coopération néfaste ou bénéfique en matière de bien-être social. Par exemple, si une entreprise accepte d'augmenter son prix de vente

[43] Par exemple par la mise en place de quotas, le cartel des pays exportateurs de pétrole – l'OPEP – étant un cas d'école.

ou de réduire sa production, la firme concurrente a intérêt à maintenir un prix bas et une production élevée pour conquérir des parts de marché. De façon analogue, une firme qui accepte d'abandonner des pratiques anticoncurrentielles, d'exploiter plus raisonnablement une ressource ou de communiquer à ses concurrents des informations s'expose au risque de perdre des parts de marché si ses derniers ne n'acceptent aucune concession en contrepartie.

Analyser les moyens dont disposent des concurrents pour parvenir à coopérer est donc essentiel, d'une part pour permettre aux régulateurs de les combattre si les entreprises les utilisent à des fins de collusion, ou pour permettre aux régulateurs de les promouvoir si les firmes les utilisent à des fins bénéfiques en matière de bien-être social. Nous nous concentrons dans cette thèse sur ce dernier cas de figure.

Afin d'aborder cette problématique, nous développons un modèle très simple de concurrence imparfaite à la Bertrand entre deux firmes qui produisent un bien fongible.

Considérons deux firmes $i = A, B$ identiques qui supportent un coût de production égal à $C \in [0; 1]$. Le marché est constitué de deux segments de taille unitaire constitués de consommateurs atomistiques. La firme A (resp. B) dispose d'un monopole sur une fraction $1 - \theta$ du premier (resp. second) segment de marché avec $\theta \in [0; 1]$. Il s'agit d'un marché captif sur lequel la firme vend son bien au prix de réservation des consommateurs égal à 1. Le fragment θ de chaque marché est en revanche concurrentiel : la firme capable de vendre le bien au coût le plus bas le remporte. Par le jeu de la concurrence, chaque firme y vend le bien à un prix fixé au coût de production C. Les deux firmes se partagent donc le segment concurrentiel en y réalisant un profit nul. Ainsi, le paramètre θ définit l'intensité de la concurrence entre les deux firmes. Sous ces conditions, le profit des deux firmes est égal à

$$\pi^i = (1 - \theta)(1 - C).$$

Le bien-être social W est alors mesuré par le surplus des consommateurs égal à $1 - C$ sur le segment concurrentiel du marché, multiplié par la taille de ce segment égale à 2θ. Ainsi

$$W = 2\theta(1 - C).$$

Considérons maintenant que les deux firmes ont la possibilité de coopérer afin d'améliorer conjointement leur coût de production. Pour simplifier, nous supposons que chaque firme peut volontairement réduire par un facteur $\lambda < 1$ le coût de production C supporté par sa concurrente. Par exemple, les deux firmes peuvent libérer leurs technologies protégées ou dévoiler leurs secrets de production et leur savoir-faire. Leur coût de production est alors égal à λC.

Si les deux firmes coopèrent (respectent leurs engagements) leur profit est donné par

$$\pi^i(\mathrm{c}, \mathrm{c}) = (1 - \theta)(1 - \lambda C) > \pi^i$$

où (c, c) désigne le fait que i et j coopèrent. Le bien-être social est alors égal à

$$W(\mathrm{c}, \mathrm{c}) = 2\theta(1 - \lambda C) > W.$$

La coopération produit donc une amélioration de Pareto en élevant le profit des deux firmes et le bien-être des consommateurs.

En revanche, si la firme i décide de ne pas respecter ses engagements, *i.e.* de ne pas coopérer, elle profite unilatéralement des efforts de la firme j. Par exemple, la firme i peut décider de ne pas libérer ses technologies protégées alors que la firme j les rend publiques. Dans un autre registre, si la firme j détruit une partie de ses capacité d'exploitation d'une ressource épuisable – par exemple une partie de sa flotte de pêche –, la firme i peut décider de ne pas supprimer ses capacités d'exploitation. Cette dernière bénéficie alors d'un avantage pour exploiter la ressource, ce qui lui permet de réduire unilatéralement son coût de production. Il est évidemment possible d'énumérer de nombreux autres exemples.

Le coût de production de la firme i est alors égal à λC tandis que celui de la firme j demeure égal à C. Dés lors, la firme i peut conquérir le segment concurrentiel du marché en y vendant le bien au prix $C - \epsilon$ (sous contrainte que $C - \epsilon \geq \lambda C$). Ne pouvant pratiquer un prix inférieur à C sans réaliser des pertes, la firme j abandonne le segment concurrentiel du marché. Nous supposons que l'abandon de l'exploitation de ce segment lui fait supporter un coût $l > 0$ – la firme j perd par exemple le bénéfice d'économies d'échelle (cette hypothèse permet d'obtenir un équilibre unique). Les profits sont alors donnés par

$$\pi^i(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) = (1-\theta)(1-\lambda C) + 2\theta(C - \epsilon - \lambda C) > \pi^i(\mathrm{c}, \mathrm{c}),$$
$$\pi^j(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) = (1-\theta)(1-C) - l,$$

où $(\mathrm{tr}, \mathrm{c})$ signifie que i « triche » alors que j coopère (à l'inverse $(\mathrm{c}, \mathrm{tr})$ signifie que j triche alors que i coopère). Si la firme j décide malgré tout de participer au segment concurrentiel du marché (pour éviter de supporter le coût l) en vendant le bien au prix $C - \epsilon$, les deux firmes se partagent ce marché. Les profits sont alors donnés par

$$\pi'^i(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) = (1-\theta)(1-\lambda C) + \theta(C - \epsilon - \lambda C) < \pi^i(\mathrm{tr}, \mathrm{c}),$$
$$\pi'^j(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) = (1-\theta)(1-C) - \theta\epsilon < \pi^j.$$

La firme i a donc intérêt à pratiquer un prix $C - \epsilon$ sur le segment concurrentiel de telle sorte que $\theta\epsilon > l$. Sous cette condition, la firme j abandonne cette partie du marché au bénéfice de i. Dés lors, la matrice des gains est donnée par

$i \setminus j$	coopération	triche
coopération	$\pi^i(\mathrm{c}, \mathrm{c})$; $\pi^j(\mathrm{c}, \mathrm{c})$	$\pi^i(\mathrm{c}, \mathrm{tr})$; $\pi^j(\mathrm{c}, \mathrm{tr})$
triche	$\pi^i(\mathrm{tr}, \mathrm{c})$; $\pi^j(\mathrm{tr}, \mathrm{c})$	π^i ; π^j

Cette matrice peut se réécrire

$i \setminus j$	coopération	triche
coopération	$+$; $+$	$-$; $++$
triche	$++$; $-$	0 ; 0

Nous obtenons l'issue d'un dilemme du prisonnier : les deux firmes refusent de coopérer par peur d'être flouées. Effectivement, le profit de la firme lésée est inférieur au profit obtenu en l'absence de toute collaboration. L'équilibre de Nash est donc $(\mathrm{tr}, \mathrm{tr})$[44]. En résumé, l'équilibre non coopératif survient aux dépens du bien-être social qui demeure égal à $W < W(\mathrm{c}, \mathrm{c})$ (et aux dépens du profit des firmes).

L'arrangement contractuel. La théorie des jeux « basique » souligne toutefois que les firmes disposent de moyens qui leur permettent d'éviter l'issue non coopérative d'un tel jeu. Le premier moyen consiste à admettre que chaque agent a la possibilité de « punir » son rival s'il ne se conforme pas à ses engagements (s'il triche). Dans un contexte industriel, cette opportunité se présente si les firmes peuvent écrire un contrat qui décrit les obligations de chaque partie, ce qui permet d'engager des poursuites en cas de non respect de ces clauses. Dans ce contexte, nous supposons qu'un coût c – le coût du contrat – s'ajoute au coût de production de chaque firme : frais juridiques, dépenses pour s'assurer que la firme concurrente respecte les clauses, etc. Nous notons également P le coût des poursuites supporté par la firme qui décide d'intenter un procès. Ce coût est négatif si la firme lésée obtient des dommages et intérêts suffisamment importants. Enfin, nous notons s les sanctions appliquées à la firme poursuivie (s permet de financer les dommage et intérêts versés à la firme lésée). En présence d'un contrat, le profit de deux firmes qui coopèrent est alors égal à

$$\pi^i_{\mathcal{C}}(\mathrm{c}, \mathrm{c}) = (1-\theta)(1-\lambda C - c).$$

Puisque les deux firmes vendent le bien sur le segment concurrentiel du marché à un prix égal à leur coût de production $\lambda C + c$, le bien-être social est égal à

$$W_{\mathcal{C}}(\mathrm{c}, \mathrm{c}) = 2\theta(1-\lambda C - c) < W(\mathrm{c}, \mathrm{c}).$$

La nécessité pour les firmes de recourir à un arrangement contractuel constitue donc une friction qui grève leur profit ainsi que le surplus des consommateurs.

Admettons maintenant que la firme i ne respecte pas ses engagements. Son coût de production est alors égal à $\lambda C + c$ alors que celui de la firme j demeure égal à $C + c$. Le raisonnement est exactement le même qu'en l'absence de tout arrangement contractuel : la firme i évince la firme j du segment concurrentiel en pratiquant un prix de vente égal à $C + c - \epsilon$ avec $\theta\epsilon > l$. En revanche, la firme j a maintenant l'opportunité de poursuivre la firme i. Les profits sont donc donnés par

$$\begin{aligned}\pi^i_{\mathcal{C}}(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) &= (1-\theta)(1-\lambda C - c) + 2\theta(C - \epsilon - \lambda C) - s,\\ \pi^j_{\mathcal{C}}(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) &= (1-\theta)(1 - C - c) - l - P.\end{aligned}$$

La firme i n'a donc aucun intérêt à dévier de ses engagements si

$$\pi^i_{\mathcal{C}}(\mathrm{tr}, \mathrm{c}) < \pi^i_{\mathcal{C}}(\mathrm{c}, \mathrm{c}) \quad \Rightarrow \quad s > 2\theta(C - \epsilon - \lambda C).$$

[44] Voir Giraud (2009) pour une présentation pédagogique de la théorie des jeux.

Cette condition est respectée si : s est suffisamment élevé ; l'avantage comparatif obtenu par i en trichant est limité, *i.e.* λ est élevé ; l'intensité de la concurrence θ est modérée ; il est difficile pour i d'évincer la firme j de la partie concurrentielle du marché, *i.e.* ϵ est élevé (rappelons que $\theta\epsilon > l$).

L'opportunité d'écrire un contrat ne permet cependant pas forcément aux firmes de collaborer. Comme nous venons de le dire, la sanction s doit être suffisamment dissuasive. En outre, le coût c du contrat doit être acceptable. Effectivement si $\pi^i_C(\mathrm{c}, \mathrm{c}) < \pi^i$ les deux firmes n'ont aucun intérêt à collaborer en recourant à un arrangement contractuel, et nous retrouvons l'issue non coopérative du dilemme du prisonnier. C'est le cas si $c > (1 - \lambda)C$, *i.e.* si le coût du contrat est relativement important par rapport au coût de production C, en particulier la collaboration entre les deux firmes est peu efficace (λ est élevé).

En outre, la menace de poursuites de la part d'un joueur qui craint d'être lésé doit être crédible. Effectivement une fois devant le fait accompli, un joueur lésé peut décider d'abandonner les poursuites si leur coût net est positif. Cette situation peut survenir si $P > 0$. Il faut donc que P soit négatif pour s'assurer que la menace de poursuites judiciaires soit crédible. Or, ce n'est le cas que si les dommages et intérêts obtenus par la partie lésée lui permettent de couvrir ses dépenses judiciaires. Une condition qui n'est pas nécessairement respectée, *a fortiori* si l'issue des poursuites est incertaine.

Finalement, nombre arrangements économiques ne peuvent pas faire l'objet d'un contrat. Par exemple, le contrat peut être incomplet, *i.e.* il n'est pas possible de le conditionner à tous les états possibles de la nature, ce qui est particulièrement vrai en matière d'échange d'information ou de savoir (Arrow, 1962). Il peut aussi être trop complexe de mettre en œuvre un arrangement contractuel, en particulier si les agents interagissent dans un contexte informel (Von Hippel, 1987). Un arrangement contractuel n'est donc pas toujours une solution viable pour permettre à des concurrents de collaborer.

Coopération répétée. Des agents économiques rivaux peuvent toutefois parvenir à collaborer en l'absence d'un contrat si leurs interactions sont répétées. Le caractère mutuellement bénéfique de la coopération est alors assuré par la menace implicite d'un arrêt de toute collaboration si l'un des agents ne se conforme pas à ses engagements[45].

Reprenons le jeu précédent en admettant qu'il est répété avec probabilité $p > 0$ à la fin de chaque période $t \geq 1$ (il est équivalent de supposer que les joueurs appliquent un taux d'escompte aux paiements futurs). La stratégie suivie par chaque firme est la suivante. Si la firme i coopère en période t, la firme j accepte de coopérer à nouveau en période $t + 1$. En revanche, si la firme i ne respecte pas ses engagements en période t, la firme j refuse de coopérer durant toutes les périodes suivantes. Nous admettons que les firmes découvrent à la fin de la période t si leur concurrente a tenu ou non ses engagements, *i.e.* les paiements du jeu joué en période t sont réalisés en fin de période. Nous supposons aussi que la menace

[45] Voir le second chapitre de Giraud (2009).

d'arrêt de la collaboration est crédible, *i.e.* qu'une fois devant le fait accomplie, la firme lésée respecte son engagement de ne plus coopérer[46].

L'espérance de gain des firmes au début de la période $t \geq 1$, sous l'hypothèse que les deux partis coopèrent durant toutes les périodes $t \geq 1$, est égale à

$$(1-p)\pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c}) + p(1-p) \times 2\pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c}) + p^2(1-p) \times 3\pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c}) + \ldots = \frac{1}{1-p}\pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c})$$

Au contraire, l'espérance de gain de la firme i qui dévie de ses engagements en période t est égale à

$$\begin{aligned}&(1-p) \times \pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) + p(1-p) \times \Big(\pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) + \pi^i\Big) + p^2(1-p) \times \Big(\pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) + 2\pi^i\Big) + \ldots \\ =&\pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) + \frac{p}{1-p}\pi^i\end{aligned}$$

La firme i n'a donc aucun intérêt à dévier de ses engagements (tricher) si pour tout $t \geq 1$

$$\frac{1}{1-p}\pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c}) > \pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) + \frac{p}{1-p}\pi^i$$

ce qui est le cas si

$$p > \frac{\pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) - \pi^i(\mathrm{c},\mathrm{c})}{\pi^i(\mathrm{tr},\mathrm{c}) - \pi^i}(<1) \qquad \Rightarrow \qquad p > p^* = \frac{2\theta\Big(C(1-\lambda)-\epsilon\Big)}{2\theta\Big(C(1-\lambda)-\epsilon\Big) + (1-\theta)C(1-\lambda)}.$$

Cette condition est respectée si p est suffisamment élevé, ce qui est le cas si les deux firmes estiment avoir l'opportunité de collaborer à maintes reprises dans le futur (ou si elles sont suffisamment patientes dans le cas où p correspond à une actualisation des flux futurs). Précisons que plus la concurrence est rude – plus θ est fort – plus cette condition est restrictive, *i.e.* p^* est plus élevé. Effectivement, les profits obtenus en conquérant le segment concurrentiel du marché sont alors supérieurs. De même, plus la collaboration est efficace – plus λ est faible – plus p^* est élevé. En effet, le joueur qui triche acquiert alors un avantage marqué sur son concurrent (la différence entre leurs coûts de production est égale à $1-\lambda$). Une collaboration plus efficace peut donc être paradoxalement plus difficile à mettre en œuvre. Augmenter C provoque aussi une hausse de p^*. La coopération apparaît donc plus difficile à mettre en œuvre si les marges des firmes sont faibles. En revanche augmenter ϵ – il est plus difficile pour la firme qui triche d'évincer son concurrent du segment concurrentiel du marché – réduit p^* et facilite donc la coopération.

[46]Là encore, la question de la crédibilité de la menace est centrale. Nous admettons toutefois que j est crédible lorsqu'il menace i, *i.e.* j est prêt à se conformer coûte que coûte à la stratégie punitive, même s'il lui en coûte.

Tout comme pour l'introduction d'un arrangement contractuel, considérer un cadre dynamique où la collaboration entre les concurrents est répétée permet de mettre en lumière les conditions sous lesquelles un équilibre coopératif est soutenable, et offre des résultats intéressants en matière d'organisation industrielle. Nous avons toutefois (implicitement) formulé l'hypothèse que les deux firmes *répètent le même jeu* durant chaque période $t > 1$, comme si tout était « remis à zéro » à chaque fois. Autrement dit le coût de production de chaque firme est réinitialisé au niveau C en début de chaque période, et chaque firme a de nouveau l'opportunité de réduire par un facteur $\lambda < 1$ le coût supporté par la firme concurrente.

Cette situation est cependant irréaliste. Effectivement, les contributions d'un agent sont en général *irréversibles*. En outre, les contributions qu'un agent est en mesure de fournir sont généralement « épuisables » (ou ne se « régénèrent » que partiellement). Prenons un exemple très simple pour comprendre cela. Considérons que la collaboration consiste pour les firmes à libérer (ou dévoiler) au début de chaque période $t \geq 1$ leurs technologies protégées (ou secrètes). Il s'agit typiquement d'actions irréversibles. Le coût de la firme concurrente, réduit par un facteur λ en période t, ne retrouvera donc pas son niveau initial C en période $t+1$, excepté si les technologies libérées en t deviennent subitement obsolètes. De même, la capacité de contribution de l'agent qui a dévoilé ses technologies sera moindre en $t+1$, sauf s'il produit de nouvelles technologies entre temps. Il ne pourra donc pas réduire de nouveau par un facteur λ le coût supporté par son concurrent.

Dans la pratique, il semble raisonnable d'admettre un taux d'obsolescence intermédiaire. Il parait aussi réaliste d'admettre que les agents ne « régénèrent » que partiellement les contributions qu'ils sont en mesure d'apporter. Sous ces hypothèses, le jeu n'est pas répété à l'identique. En particulier, les contributions que chaque firme est en mesure d'apporter à sa concurrente s'épuisent, alors que les effets des contributions passées demeurent (au moins partiellement). Deux remarques qui durcissent fortement les conditions sous lesquelles l'équilibre coopératif est soutenable. Effectivement, la stratégie punitive perd en efficacité puisque les agents ne peuvent revenir sur leurs contributions passées. En outre, les gains attendus des collaborations futures diminuent.

Ainsi, au même titre que pour les arrangements contractuels, l'opportunité pour les firmes de coopérer de nouveau dans le futur ne leur permet pas forcément d'engager une collaboration mutuellement bénéfique. Cette conclusion introduit la question de la coopération entre concurrents incapables de contracter, et dont les contributions sont irréversibles et épuisables. Comment des agents rivaux peuvent-ils alors parvenir à collaborer malgré leur inclinaison à adopter un comportement opportuniste ?

Collaboration graduelle. Dans ce contexte contraignant, Lockwood et Thomas (2002) montrent que deux rivaux parviennent à collaborer si leurs contributions sont graduelles. Nous appliquons cette idée dans une version raffinée du modèle répété que nous venons de présenter. Nous admettons que chaque firme peut consentir au début de chaque période du jeu un certain nombre de concessions (contributions) qui améliorent l'efficacité productive de l'entreprise concurrente[47]. Nous formulons l'hypothèse que le « stock » de concessions que chaque firme peut fournir au cours du jeu est épuisable. Nous supposons aussi que ces contributions sont irréversibles. En outre, nous admettons que les deux firmes disposent de stocks d'ampleurs différentes[48].

Sur cette base, nous caractérisons l'ampleur des contributions que chaque entreprise peut consentir durant chaque période du jeu sans craindre que l'autre entreprise ne dévie de ses engagements (triche). Le rythme de la collaboration est fortement réduit par un renforcement de l'intensité de la concurrence sur le marché, par une réduction de l'horizon temporel des firmes ou par une hétérogénéité de la quantité de contributions qu'elles sont en mesure de consentir au cours du jeu. La collaboration est toutefois facilitée si leurs contributions sont source de synergies. En outre, nous obtenons que renforcer l'intensité de la concurrence peut être néfaste en matière de bien-être social, en limitant la capacité des firmes à mettre en place un processus de collaboration mutuellement bénéfique.

Nous synthétisons de façon non technique ces résultats dans le reste de la section.

Synthèse du chapitre 3 : « Collaboration graduelle entre firmes asymétriques concurrentes »[49]

Dans le chapitre 3, nous traitons la question de la collaboration entre deux concurrents incapables de contracter et dont les contributions sont irréversibles. Il s'agit d'un cadre très contraignant pour faire émerger une collaboration entre agents rivaux. Effectivement, les agents ne disposent d'aucune possibilité de sanctionner un collaborateur qui ne se conforme pas à l'action coopérative prévue. Nous montrons cependant que deux firmes peuvent parvenir à coopérer dans ce contexte, à condition qu'elles collaborent de manière graduelle. Ce travail nous permet alors de caractériser les conditions d'émergence de leur collaboration et son rythme à partir des données exogènes du modèle : l'horizon temporel, l'intensité de la concurrence sur le marché, l'hétérogénéité de la valeur totale des contributions que chacune peut apporter, l'importance des synergies produites par leur collaboration, etc.

Nous considérons un modèle deux firmes qui se livrent à une concurrence à la Bertrand pour exploiter un segment de marché concurrentiel, et qui se partagent à parts égales le fragment non concurrentiel du marché (marché captif). La taille du segment concurrentiel mesure l'intensité de la concurrence dans cette industrie. Au début de chaque période du jeu, les deux firmes produisent le même bien qu'elles vendent ensuite au prix de réservation des consommateurs sur leur marché captif. En revanche, sur le segment concurrentiel, la firme capable de produire au moindre coût vend le bien au coût de production de la firme la moins efficace (nous considérons des firmes asymétriques). La firme la plus performante

[47]Divulguer des secrets de fabrication, rendre publiques des technologies propriétaires, abandonner des pratiques anticoncurrentielles, exploiter avec plus de retenue les ressources épuisables, etc.

[48]Par exemple, l'une des deux firmes détient davantage de technologies propriétaires.

[49]L'article original est intitulé « Gradual Collaboration Between Asymetric Competitors ».

évince donc la moins performante de ce segment du marché. Cette séquence est ensuite répétée avec une certaine probabilité. Dans le cas inverse le jeu s'achève. Par exemple, les deux firmes sont éliminées par de nouveaux entrants qui proposent un produit de meilleure qualité (processus de destruction créatrice). La probabilité de poursuite du jeu mesure donc l'horizon temporel des firmes.

Nous ajoutons une étape supplémentaire au début de chaque période du jeu pour traiter la question de la collaboration. Nous considérons que chaque firme peut consentir un certain nombre de concessions pour améliorer le profit de la firme concurrente. Par exemple, divulguer ses secrets de fabrication, libérer ses technologies protégées, renoncer à des pratiques anticoncurrentielles, réduire son capital en excès, adopter des méthodes de production plus respectueuses de l'environnement, abandonner des pratiques de commercialisation ou de production agressives, exploiter plus raisonnablement leurs ressources épuisables, etc. En acceptant ces concessions, les deux firmes améliorent mutuellement leurs profits en éliminant les frictions qui dégradent le fonctionnement de leur industrie[50]. En d'autres termes, nous faisons l'hypothèse que chaque firme peut unilatéralement consentir des concessions qui favorisent la firme concurrente, et qui s'apparentent donc à des contributions à un bien public.

Nous supposons que ces concessions (contributions) sont irréversibles. Une firme qui s'y conforme ne peut donc revenir sur sa décision. Nous admettons aussi que les concessions consenties par une firme ne sont pas immédiatement vérifiables par la firme concurrente et ne peuvent pas être certifiées. En d'autres termes, deux firmes qui acceptent de consentir des concessions ou des sacrifices pour améliorer mutuellement leurs gains ne peuvent pas immédiatement s'assurer que chacune se conforme à ses engagements.

Pour formaliser cette idée, nous supposons que chaque firme dispose au début du jeu de la possibilité de réduire d'un certain pourcentage le coût de production de la firme concurrente. Considérons par exemple que la firme A (la plus performante) peut réduire de 40% le coût de production de la firme B (la moins performante) en acceptant toutes les concessions qu'elle peut consentir[51]. Supposons aussi que la firme B peut réduire d'au maximum 20% le coût de production de la firme A. Nous admettons en effet que la firme la plus performante a davantage à apporter à la firme la moins performante qu'elle n'a à recevoir de cette dernière puisqu'elle bénéficie d'avantages qui expliquent l'infériorité initiale de son coût de production[52]. Supposons alors naïvement que la firme B consent

[50] Par exemple, si elles adoptent un comportement entièrement collaboratif, les deux firmes bénéficient mutuellement de leurs technologies et n'ont pas besoin d'exercer des efforts couteux pour influencer les régulateurs en leur faveur, ni pour pour s'assurer une exclusivité auprès de fournisseurs et de distributeurs (pratiques anticoncurrentielles). En outre, en adoptant un comportement collaboratif, elles bénéficient de la possibilité d'exploiter plus efficacement les ressources épuisables qu'elles consomment voire, d'envisager une transition vers des méthodes de production écologiques plus économiques (transition énergétique), etc.

[51] Transférer toutes ses technologies, abandonner toutes ses pratiques anticoncurrentielles, etc.

[52] Par exemple, la firme la plus performante possède davantage de secrets de fabrication et de technologies propriétaires, dispose de moyens de pression supplémentaires sur les fournisseurs, les distributeurs et les

l'intégralité des sacrifices qu'elle peut fournir en échange d'un certain nombre de concessions de la part de A. Si la firme B se conforme à cette décision, A n'a plus rien à attendre de B à la période suivante. La firme A a alors intérêt à ne consentir aucune concession pour profiter unilatéralement des sacrifices de B. Ce comportement non collaboratif permet à la firme A accroître son avantage sur B, et ainsi de monopoliser un profit supérieur sur le segment concurrentiel du marché[53]. La firme B n'a donc pas intérêt à consentir le moindre sacrifice, même si chaque période du jeu est infiniment répétée[54].

Nous obtenons alors l'issue d'un dilemme du prisonnier expliqué dans la sous-section précédente : malgré les gains que peut leur offrir la coopération, aucune collaboration n'a lieu, sauf si les firmes sont en mesure d'écrire des contrats qui stipulent ce qui est attendu de chacune, et disposent de la capacité poursuivre la firme qui déroge aux règles établies. Des hypothèses toutefois très lourdes : de nombreuses situations ne sont pas contractualisables ; les sanctions peuvent être trop légères en comparaison de l'incitation à ne pas respecter les termes de l'accord ; le coût des poursuites peut être trop élevé et leur issue trop aléatoire pour rendre crédible *ex ante* une menace légale.

Nous introduisons alors la possibilité pour les firmes de collaborer de façon graduelle. Reprenons l'exemple où la firme B peut réduire de 20% le coût de production de la firme A. Admettons par exemple qu'en acceptant toutes les concessions envisageables, B réduit le coût de production de A de 1 à 0,8. Comme nous l'avons expliqué, B n'a aucun intérêt à accepter cela. En revanche, B peut accepter quelques concessions pour amener à 0,95 le coût de production de A. Cette collaboration partielle permet alors à B de s'assurer une réciprocité de la part de A. En effet, si A ne se conforme pas aux concessions exigées par B en échange, B cesse toute collaboration à la période suivante. En résumé, si la firme A dévie de ses engagements, elle ne pourra pas voir son coût de production réduit à un niveau inférieur à 0,95.

Pour que cette stratégie soit viable, chaque firme doit conserver au cours de chaque période du jeu un moyen de pression sur sa concurrente en ne collaborant que partiellement, c'est à dire en ne concédant pas toutes les concessions qu'elle est en mesure de consentir. Ce comportement stratégique implique alors un dilemme entre « vitesse de la collaboration » et « faisabilité de la collaboration ». L'optimum premier pour les deux firmes serait de concéder le maximum de concessions dés la première période du jeu pour maximiser leur profit total espéré. Il ne s'agit cependant pas d'un équilibre réalisable puisqu'une firme n'ayant plus rien à attendre de sa contrepartie n'a aucun intérêt à se conformer à ses engagements. Sur cette base, nous caractérisons algébriquement le « rythme de collaboration optimal » entre les deux firmes. Pour cela, nous recherchons le niveau de contribution le plus élevé de chaque firme au cours de chaque période du jeu sous la contrainte qu'aucune firme ne souhaite dévier de ses engagements.

---

régulateurs, ainsi qu'une capacité d'exploitation supérieure des consommations intermédiaires épuisables, etc.

[53]Le coût de production de A diminue de 20% alors que celui de B ne varie pas.

[54]Les contributions de B étant irréversibles.

Nous obtenons la valeur des concessions que chaque firme accepte de concéder durant chaque période du jeu en fonction des paramètres exogènes du modèle. La valeur de ces contributions est décroissante. Les firmes acceptent en première période un grand nombre de concessions pour maximiser le gain qu'elles retirent de la collaboration (la durée de vie du marché est incertaine). En revanche, elles réduisent ensuite l'ampleur des concessions consenties durant chaque période pour « économiser » leur capacité de pression sur leur partenaire[55].

Nous montrons qu'augmenter la taille du segment concurrentiel réduit fortement le rythme de la collaboration. En effet, l'incitation de chaque firme à dévier augmente fortement puisque l'opportunité de prendre le dessus sur le segment concurrentiel devient plus profitable. En réaction, les firmes réduisent l'ampleur des concessions consenties durant chaque période pour accroître leur capacité de pression. De même, augmenter l'hétérogénéité initiale entre les deux firmes réduit fortement le rythme de la collaboration. En effet, la firme la moins performante dispose d'une faible capacité de pression sur sa concurrente et, en réaction, n'accepte de collaborer qu'à un rythme très progressif.

Ces résultats témoignent des difficultés que peuvent rencontrer des firmes de tailles différentes qui souhaitent collaborer de façon informelle en s'assurant le respect de leurs accords par la menace implicite de l'arrêt de la collaboration en cas de violation des règles établies. Nous montrons toutefois que cette hétérogénéité ne dégrade pas leur capacité à collaborer si leur coopération est source de synergies importantes. C'est par exemple le cas si les technologies des deux firmes sont complémentaires, c'est-à-dire si chaque firme ne peut valoriser sa propriété intellectuelle qu'en accédant aux technologies développées par la firme concurrente[56]. En effet, ces synergies relèvent le profit retiré par les firmes de leur partenariat, ce qui réduit leur incitation à ne pas respecter leurs accords, et leur permet ainsi de réduire leur rétention stratégique de contributions réalisables.

Enfin, ce modèle permet d'évaluer l'effet d'un durcissement de la concurrence en matière de bien-être social, en tenant compte de ses conséquences sur la capacité des firmes à collaborer. Dans notre modèle, le bien-être social est maximisé pour un niveau de concurrence maximal lorsque la coopération entre les deux firmes est ignorée. En revanche sous certaines conditions, le bien-être social est maximisé pour un niveau de concurrence intermédiaire si la collaboration entre les deux firmes est prise en compte. Nous caractérisons ces conditions et le niveau de concurrence optimal. En particulier, nous montrons que si les deux firmes profitent de synergies lorsqu'elles collaborent, il est préférable de réduire la concurrence afin de leur permettre d'engager efficacement un processus de coopération.

Nous proposons donc un modèle qui permet de caractériser de façon analytique le rythme de collaboration entre deux agents rivaux qui ne peuvent pas contracter et dont les contri-

[55]Rappelons qu'accepter immédiatement toutes les concessions possibles incite le partenaire à dévier de ses engagements.

[56]Cette situation se produit par exemple lorsque chaque entreprise détient une technologie nécessaire à la mise en place d'une norme de production.

butions sont irréversibles. Contrairement aux modèles qui analysent les contributions graduelles à un bien public dans un contexte générique, notre modèle permet de se livrer à des exercices de statique comparative à partir des paramètres qui définissent les propriétés des firmes et du marché. Le résultat qui émerge est qu'un contexte de marché très concurrentiel où agissent des firmes hétérogènes à l'horizon temporel restreint ne leur permet pas de coopérer de façon informelle. Il est alors nécessaire de s'assurer que ces firmes disposent de moyens légaux pour leur permettre de former des partenariats[57].

En matière de régulation, ces résultats démontrent qu'un renforcement de la concurrence peut être néfaste au bien-être social, le surplus de concurrence réduisant fortement la capacité des firmes à coopérer (en particulier lorsqu'elles sont hétérogènes). Notre modèle est évidemment très schématisé. Il permet cependant de se livrer à des exercices de statiques comparatives dans un cadre robuste et appliqué à une problématique concrète.

[57]Capacité de contracter, protection stricte de la propriété intellectuelle, capacité des firmes lésées à poursuivre un collaborateur malhonnête, sanctions crédibles et fortes pour les entreprises qui ne respectent pas leurs engagements, etc.

Première partie

Microéconomie financière

1 Production d'information par des investisseurs au comportement stratégique en présence d'information non-fondamentale

1.1 Introduction

Over the last few years, many investors have appeared with trading strategies aimed at correcting short-term mispricing without regard to the long-term asset value. For instance, high-frequency traders, investors who use market sentiment indexes or technical analysis to identify short-term demand shocks, algorithmic traders who identify inconsistencies between trading venues, predatory traders, etc.[1] What is then the structural impact of these activities on social welfare? To answer this question, we use a model *à la* Kyle (1985) where agents can produce either fundamental or non-fundamental information. By this mean, we contribute to a literature that studies the effects of non-fundamental trading. This literature assumes that some investors forecast the demand from uninformed agents (noise traders) by accessing to brokers' data or market sentiment indexes, by anticipating fire-sales from institutions under distress, or by identifying short-term disequilibrium in the order book. Hence, these non-fundamental traders (now speculators) exploit short-term mispricing.

From a welfare point of view, this literature investigates the consequences of this activity on price informativeness as well as on the trading cost borne by noise traders. It shows that in a standard strategic setting *à la* Kyle (1985), non-fundamental trading has no effect on price informativeness. Indeed, when fundamental traders (now insiders) are risk neutral, price informativeness does not depend on the amount of noise trading (which is a scale variable). Nevertheless, speculators reduce the trading cost borne by noise traders because

[1] Colliard (2014) argues that [m]*arket participants have massively invested in recent years to obtain more information, or more quickly, about the market itself* [...] *some funds may have low-frequency information about the financial situation of large players who can exert price pressure on the market if financially distressed, whereas statistical arbitrageurs can play a similar role at a daily or weekly horizon.*

they absorb a fraction of their demand, which reduces their price impact. Hence, favoring access to non-fundamental information appears beneficial in models *à la* Kyle. Nonetheless, this literature ignores the costly process by which investors gather information, invest in trading technologies and implement investment strategies.

To fill this gap, we consider an endogenous process of information acquisition in a Kyle's (1985) model under the assumption that traders can produce either non-fundamental or fundamental information. This hypothesis is based on the idea that investors differ in their abilities and their styles. Indeed, for technological and organizational reasons, it is natural to think that investors focus on a subset of the plethora of data that they face. As a result, some collect fundamental information while others acquire non-fundamental information (as defined above). For instance, mutual funds mainly conduct fundamental analysis whereas hedge funds specialize in short-term arbitrages. This assumption allows to analyze the interactions between fundamental and non-fundamental information acquisition and trading.

On this basis, we obtain the equilibrium number of insiders and speculators. Then, we compare market properties to the case where non-fundamental information is unavailable. Opening access to non-fundamental information reduces the profit per insider and thus induces a crowding out effect: speculators substitute insiders. Moreover, the eviction of insiders might improve the value of non-fundamental information, reinforcing the initial crowding out effect. Since the number of insiders drops, market efficiency worsens. In the meanwhile, the entry of speculators have opposite consequences on the transaction cost borne by noise traders. On the one hand, speculators absorb a fraction of the demand from noise traders, which reduces their price impact. On the other hand, since the net size of uninformed demand shrinks, adverse selection worsens and market liquidity deteriorates. When the number of insiders is exogenous, the first effect dominates and non-fundamental trading appears beneficial (as said above). Otherwise, the eviction of insiders by speculators produces a supplemental effect. Since the equilibrium number of insiders drops, competition on fundamental information softens, which reinforces adverse selection. If this effect is pronounced, the welfare of noise traders deteriorates for the benefit of speculators. Indeed, this case arises precisely when the fall in the number of insiders improves non-fundamental information value. Hence, speculators not only monopolize a fraction of insiders' profit, they also earn money on the back of noise traders.

Notice that the trading cost borne by noise traders corresponds to the total profit of insiders and speculators, which is then equal to the amount of resources devoted to information production. Hence, in presence of non-fundamental information, market quality might unambiguously decline —price informativeness and noise traders' welfare deteriorate— whereas more money is devoted to information production. As a result, favoring non-fundamental trading can be ineffective both for resource allocation and market quality.

In a direct extension of the model, we assume that speculators observe in addition the forthcoming aggregate demand from insiders and noise traders before submitting their own market orders.[2] This hypothesis aims to take into account the fact that non-fundamental information not only allows to correct short-term mispricing: it also allows to draw back fundamental information from the market price. Indeed, non-fundamental information allows to isolate price variations that are due to noise trading in order to gather fundamental information. For instance, one can assume that traders can devote their resources either to collect long-term fundamental information (insiders), or to invest in technologies that allow to analyze the price in the short-run (typically, high-frequency trading). The second option allows to forecast transitory demand shocks and to draw back fundamental information from the order flow.

Whereas speculators are now able to free ride on insiders' information, price informativeness remains unaffected by their presence. Indeed, insiders anticipate that speculators draw back their information from their market orders and, as Stackelberg leaders, adjust their demand to neutralize this detrimental effect. Nevertheless, speculators still monopolize a fraction of insiders' profit, which reduces their equilibrium number. Thus, price informativeness and eventually noise traders' welfare finally worsens in the same way than in the basic setting. Of course, if non-fundamental information is perfect, speculators perfectly forecast the information of insiders. Nonetheless, the result that non-fundamental information can be detrimental still pertains. Moreover, there might be two equilibria under this assumption: a good equilibrium with many insiders and few speculators, and inversely a bad equilibrium with few insiders and many speculators.

As mentioned in the literature review below, opening access to non-fundamental information is beneficial in some contexts. Nevertheless, the main conclusion of the paper is that it appears detrimental to price discovery and eventually to noise traders in a basic model *à la* Kyle (1985) if one considers endogenous information acquisition.[3] The paper is organized as it follows. We present the model, consider that the number of traders is exogenous, determine its equilibrium and conduct some comparative statics (section 1.2). Then, we consider these properties when information acquisition is endogenous (section 1.3). After that, we consider an extension where speculators observe the forthcoming order flow in addition to their signal on the demand from noise traders (section 1.4). Finally, section 1.5 concludes. All proofs are relegated to the appendix.

1.1.1 Literature

The paper lies at the intersection of two branches of the literature on asset pricing under asymmetric information. The first deals with information acquisition in presence of information sources that are related to heterogeneous aspects of an asset. The second deals

[2]It is equivalent to assume that speculators can submit limit orders i.e., that they are able to condition their orders on the market price.

[3]Notice that the basic one-period Kyle's (1985) model is well suited to model non-fundamental trading because speculators only correct short-term mispricing that are due to noise traders. Indeed, they do not buy the asset for its long-term value since they do not access to fundamental information contained in the price, except in our extension.

with trading on non-fundamental information (unrelated to the asset value). We fill the gap between these two branches of the literature by investigating the endogenous choice between fundamental and non-fundamental information.

The first branch of literature highlights that information choices are interdependent: investors who acquire a particular type of information affect the incentives of uninformed agents to acquire other types of information in nontrivial ways. Using a model *à la* Kyle (1985), Lee (2013) considers information acquisition in presence of information pieces that are related to heterogeneous components of an asset payoff (e.g., related to the idiosyncratic quality of the firm or to macroeconomic factors). If more investors acquire information about one component of the asset payoff, more investors might be willing to acquire information about other aspects.[4] Goldstein and Yang (2015) embed this payoff structure in a model *à la* Grossman and Stiglitz (1980) where more trading based on one component improves price discovery, and thus induces uninformed agents to acquire information about other components. These studies highlight the interest to understand information choices in complex environments i.e., when information concerns different aspects of the asset. Indeed, in the standard literature on financial information acquisition, information is solely related to the global value of the traded asset. Yet, besides its payoff components, an important aspect of a traded security are market conditions themselves.

Thereby, a second strand of literature deals with the question of non-fundamental information. In a model *à la* Grossman and Stiglitz (1980), Ganguli and Yang (2009) assume that informed agents receive not only information about the traded asset value but also information about supply (noise trading). A feature that creates complementarities in information acquisition: the more informed agents there are, the larger is the value of information. Indeed, non-fundamental information has a special role in models *à la* Grossman and Stiglitz since it allows to draw back information from the price. Avdis (2014) highlights this special feature with a two-period model *à la* Grossman and Stiglitz. In his setting, noise trading follows a mean-reverting process. Then, the first period price not only reflects fundamental information, but also precious non-fundamental information. Indeed, if the price appears too small, it means that a positive demand shock will probably hit the market during the second period, offering a short-term arbitrage opportunity. Once again, there are complementarities in information acquisition. Indeed, fundamental information allows to draw back precious non-fundamental information from the first-period price.[5] Closer to our paper, Marmora and Rytchkov (2015) assume that traders in a model *à la* Grossman and Stiglitz (1980) can produce fundamental and/or non-fundamental information thanks to an increasing returns to scale technology. Consequently, agents specialize:

[4] When one agent trades on the basis of information that is related to an aspect of the asset payoff, it provides a camouflage (quasi-noise trading) for agents who trade on the basis of information that are related to other aspects of the asset payoff.

[5] The more there are informed traders, the more the first-period price depends on their (fundamental) information. Then, an uninformed agent who would like to extract non-fundamental information from the price, in order to exploit the short-term arbitrage opportunity, should also acquire fundamental information, explaining the complementary.

those initially well informed about the asset payoff produce fundamental information, while initially poorly informed agents produce non-fundamental one, in order draw back fundamental information from the price. In these models, non-fundamental information appears beneficial since it improves informational efficiency. Yet, it remains a source of equilibrium multiplicity and thus instability.

In a different context, several papers add non-fundamental information in models *à la* Kyle (1985). It is important to distinguish them since non-fundamental information has a quite different role there. Firstly, investors are risk neutral and adopt a strategic behavior. Secondly, they submit market orders and are thus unable to condition their demand on the price. In a static context, it means that information on the forthcoming noise trading does not help to extract fundamental one from the price (the latter being unknown *ex ante*), but solely to correct short-term mispricing by submitting contrarian orders. An activity probably closer to the real world non-fundamental trading, that is marginal in models *à la* Grossman and Stiglitz (1980) where non-fundamental information is used to improve price discovery, not to correct short-term mispricing (except in Avdis, 2014). Hence, these studies complement the former since they allow to model the behavior of agents who strategically arbitrage transient inconsistencies without regard to the long-term asset value. To our knowledge, we are the first to consider an endogenous process of information acquisition in this setting. Indeed, existing studies consider exogeneously informed agents. Foucault and Lescourret (2003) consider information sharing between an insider (informed about the traded asset value) and a speculator (informed about the forthcoming noise trading). Yu (1999) considers a dynamic setting where an insider obtains during each trading round a signal on the forthcoming noise trading, and shows that the value of this supplemental information is negative except if it is very accurate.[6] Lambert *et al.* (2015) add to the static Kyle's model a general (Gaussian) information structure where it is possible to endow some agents with information on noise trading (a case that they give as an example and that they discuss). Madrigal (1996) and Yang and Zhu (2015) use a two-period model where a speculator informed about the first-period noise trading enters the market during the second trading round. Thanks to this information, he extracts fundamental information from the first-period price and thus compete with the insider, which improves price informativeness. One of the closest study from ours is Cheynel and Levine (2012). They investigate the selling of non-fundamental information by an analyst, and highlight the particular features of non-fundamental information. Indeed, whereas a seller of fundamental information should sell it to a monopolist trader, it appears beneficial to widely diffuse non-fundamental information at a low cost. Our study is different since we study fundamental and non-fundamental information acquisition by traders when both types are available. In all the above papers, non-fundamental information appears beneficial since it reduces the trading cost borne by noise traders (and improves price informativeness in dynamic ones). We show that the contrary arises when information acquisition is endogenous

[6]The value of information might be negative in Kyle's models since the market maker then reduces liquidity to protect himself against a better informed insider.

since a crowding out effect arises (speculators replace insiders).

In another context, Colliard (2014) builds a dynamic model *à la* Glosten and Milgrom (1985) where pure speculators trade besides insiders. Insiders face uncertainty about liquidity: they ignore the amplitude of uninformed demand (the latter being either small or large). On the contrary, speculators know the amplitude of uninformed demand, whereas they have no access to fundamental information. Thus, they correct short-term mispricing.[7] Whereas speculators provide an insurance against short-term large price deviations, they slower price discovery and sustain adverse selection.[8] The same arises in our model whereas it stems from the eviction of insiders by speculators. We thus complement the idea that the activity of speculators might be detrimental *per se*. Indeed, we show that their activity might also have subsequent negative consequences on information production. Namely, the amount of resources devoted to information production might increase in presence of non-fundamental information, whereas price informativeness as well as the welfare of noise traders and insiders deteriorate.

Lastly, some other studies show that not only information about the traded asset matters, but also about the market itself in a wide sense. Hong and Rady (2000) assume in a Kyle's models that insiders imperfectly know the variance of noise trading, and thus learn it from past prices. Gao *et al.* (2013) assume that investors face uncertainty about the proportion of informed traders on the market. Banerjee and Green (2015) consider that rational insiders do not know weather some other irrational investors trade on uninformative signals, but try to learn it dynamically. Finally, Banerjee *et al.* (2015) admit that investors can access to information about the intensity of feedback trading in addition to fundamental information. In our model, all the characteristics of the market are common knowledge, and non-fundamental information is solely related to the prediction of the forthcoming demand from noise traders (its statistical distribution being known by all market participants).

1.1.2 Discussion on non-fundamental information and specialization

In our paper, we assume that traders can produce fundamental or non-fundamental information. We provide a short discussion about this hypothesis before considering the model. First , numerous empirical studies argue that professional investors specialize in various trading strategies.[9] Thereby, it is realistic to assume that some traders focus on short-term arbitrages (non-fundamental traders) while others (insiders) develop long-term investment strategies. The endogenous choice between different types of information is then

[7] They submit contrarian orders if the market overreacts, and chase the trend if it underreacts.

[8] Since speculators reduce the amplitude of price reactions due to uninformed demand shocks, it tends to be harder for other agents to isolate price variations that are due to informed trades. Thus, it harms their learning from past prices.

[9] See the introduction of Lee (2013) for references.

a source of interdependencies in information acquisition and trading (Lee, 2013; Goldstein and Yang, 2015). These papers justify information specialization on the basis of rational inattention[10], limited cognition[11], or skill heterogeneity.[12] Consequently, if the hypothesis of information specialization appears realistic when it comes to different components of an asset payoff (macro or micro factors, different subsidiaries, etc.), it should be even more realistic when it comes to fundamental and non-fundamental information.

Nevertheless, one might argue that investors should then communicate to access to various pieces of information. Yet, information communication appears beneficial under restrictive conditions in a strategic setting (Colla and Mele, 2010). However, Foucault and Lescourret (2003) show that an insider and a speculator might find it beneficial to exchange fundamental and non-fundamental information. Nonetheless, communication might be costly since it requires efforts to convince the audience or to understand a message (Dewatripont and Tirole, 2005), especially when it comes to technical subjects like very different trading strategies. Also, credibility matters since cheap talk allows for rumor mongering (Schmidt, 2015). Consequently, these issues should be taken into account if one assumes large scale communication among fundamental and non-fundamental investors (Foucault and Lescourret, 2003 consider rather the case of a broker who shares information with a specialist on a floor-based exchange).

Hence, even if communication were allowed, information specialization would still prevail, at least for the majority of investors. Moreover, non-fundamental trading might be considered as algorithmic trading. In this setting, it is clear that those who specialize on non-fundamental trading would not try to gather fundamental information, nor to implement long-term strategies. Inversely, investors who try to predict the long-term asset value would not focus on very short-term inconsistencies, these activities being too different to benefit from synergies. Finally, the hypothesis of information specialization is not restrictive: we show in subsection 1.3.3 that our results also prevail when agents can acquire both fundamental and non-fundamental information. Hence, it is not a simplifying condition but a realistic assumption.

[10]It is realistic to assume that investors prefer to exploit efficiently a subset of the plethora of data they face, rather than wandering across multiple information sources. For instance, Goldstein and Yang (2015) point out that [i]*n the modern world, information is so complex that traders tend to have a comparative advantage or specialize in different types of information.*

[11]It is also clear that despite huge progresses in computing technologies, it is impossible for investors to gather and process every pieces of information they have access to. For instance, Goldstein and Yang (2015) highlight that traders have a limited information processing capacity.

[12]Because of geography or familiarity. For instance, a large body of literature shows that cultural and linguistic barriers prevent investors to access to many information sources. Also, it is well-known that investors obtain information from local sources. Hence, they would prefer to focus on the analysis of a close branch of a conglomerate, rather than on one of its foreign subsidiaries. Once again, see the references in Lee (2013) and Goldstein and Yang (2015), who also argue that traders have asymmetric expertise in information acquisition.

1.2 Model

1.2.1 Model setup

Framework. There are two assets. One risk free numeraire bond in inelastic supply with zero interest rate. One risky asset with normally distributed payoff $\tilde{v} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ per share. There is no financial friction: it is possible to sell short the risky asset, or to sell short the bond in order to buy the risky asset. A large number of potential traders decide whether to produce costly information. If they do so, they can produce either a fundamental signal about $\tilde{v}$ or a non-fundamental signal about the random demand from noise traders. After that, the finite number of informed traders simultaneously submit market orders q_i (fundamental traders) and d_k (non-fundamental traders). In the meanwhile, noise traders trade randomly trade $\tilde{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$ shares for exogenous reasons.[13] As in Kyle (1985) all agents are risk neutral, and a competitive market maker sets the pricing function, absorbs the excess demand or supply, and makes zero expected profit i.e., sets the price equal to the expected value of $\tilde{v}$ given the demand.[14] Notice that all non-random variables of the model are common knowledge among all agents, and that all random variables are mutually independent.

Timeline. There are three periods. During the first period $n < \infty$ insiders and $m < \infty$ speculators respectively produce fundamental information (insiders) and non-fundamental information (speculators). After that, insiders and speculators as well as noise traders simultaneously submit market orders during the second period. This order flow is then processed by the market maker. Finally, the risky payment $\tilde{v}$ is publicly revealed and paid during the third period.

Information. Insider $i \in N = \{1, \ldots, n\}$ obtains a signal $\tilde{s}_i = \tilde{v} + \tilde{\epsilon}_i$ at a cost $c_f > 0$ with $\tilde{\epsilon}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$. Speculator $k \in M = \{1, \ldots, m\}$ obtains a signal $\tilde{w}_k = \tilde{u} + \tilde{z}_k$ at a cost $c_{nf} > 0$ with $\tilde{z}_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$. The coefficient c_f depends on the easiness to produce fundamental information. For instance, c_f falls if it becomes easier to access to information

[13] For instance for liquidity or hedging motives. This random demand provides a camouflage that prevents informed trades from being publicly revealed. In their absence, one obtains the no-trade theorem (Milgrom and Stokey, 1982). Indeed, informed traders only trade if their expected profit is positive. Hence, speculation being a zero-sum game, they earn money on the back of noise traders. Whereas noise traders lose money on average, their behavior is not necessarily irrational. Indeed, it is possible to endogenize their demand (Spiegel et Subrahmanyam, 1992; Han *et al.*, 2014). See Bloomfield *et al.* (2009) for a broader discussion on noise trading.

[14] In a dealer market, the market maker represents several specialists who compete *à la* Bertrand for proceeding the order flow. This hypothesis is not restrictive. Indeed, one can also assume that the large number of traders who have decided to stay uninformed observe the order-flow from which they extract as much information as they can. Consequently, the price instantaneously converges toward its semi-strong market efficiency level (otherwise, there would exist arbitrage opportunities).

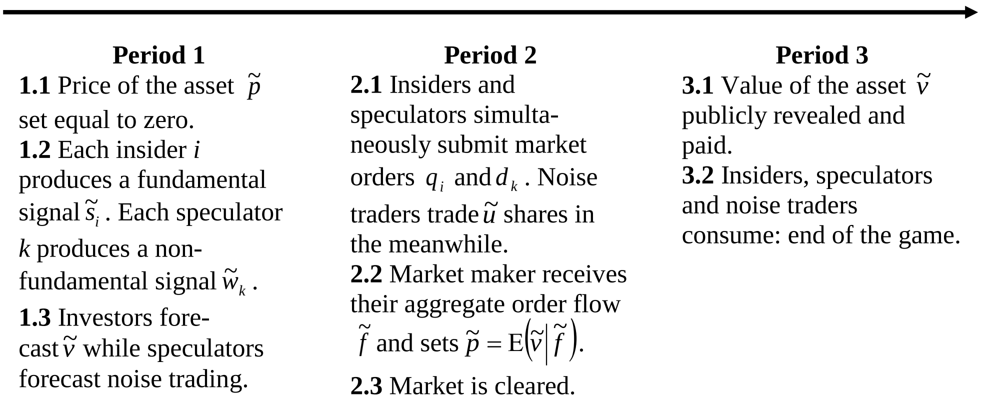


Figure 1.1: Timeline of the model.

concerning the quoted firm, or cheaper to benefit from financial services.[15] The same logic applies for c_{nf}. For instance, c_{nf} falls if it becomes easier to obtain brokers' data, to evaluate market sentiment, or to implement technologies allowing to forecast transitory demand shocks. We consider noisy signals in an aim of robustness. Indeed, whereas we will obtain some results using perfect signals to simplify matters, it is unrealistic to restrict the analysis to perfect information ($\sigma_\epsilon^2, \sigma_z^2 = 0$). Hence, a large part of the analysis is conducted under the assumption that $\sigma_\epsilon^2, \sigma_z^2 > 0$.

1.2.2 Market equilibrium

We first take n and m as exogenously given. Insiders and speculators maximize their expected profit on the basis of their information. They submit market orders denoted by q_i and d_k. In the meanwhile, noise traders trade $\tilde{u}$ shares. The aggregate order flow is thus

$$\tilde{f} = \sum_{i \in N} q_i + \sum_{k \in M} d_k + \tilde{u}.$$

The market maker then absorbs $\tilde{f}$ at the price $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$. As it is generally admitted, we restrict our attention to linear pricing and demand functions. The equilibrium concept is then the Linear Bayesian Nash Equilibrium (LBNE).

Definition 1.2.1 (Linear Bayesian Nash Equilibrium). *A LBNE is a triple $(\Phi, \Psi, \lambda) \in \mathbb{R}^3$ with $q_i = \Phi \tilde{s}_i$, $d_k = \Psi \tilde{w}_k$ and $\tilde{p} = \lambda \tilde{f}$ such that*

$$q_i \in \arg\max_{q_i} \mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v} - \tilde{p})|\tilde{s}_i\right], \qquad d_k \in \arg\max_{d_k} \mathbb{E}\left[d_k(\tilde{v} - \tilde{p})|\tilde{w}_k\right] \qquad \textit{and} \qquad \tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f}).$$

[15] Such as Bloomberg or Reuters. A cost that also depends on the disclosure policy of the firm or its coverage by analysts and media.

Proposition 1.2.1. *The only LBNE is given by*

$$\Phi = \frac{\sigma_u}{(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2}\sqrt{\frac{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}{n(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}}, \qquad \Psi = -\frac{\sigma_u^2}{(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2},$$

$$\lambda = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_u}\frac{(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}\sqrt{\frac{n(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}}.$$

Proof. In appendix A.1. □

Notice that $\Psi < 0$. It means that a speculator submit contrarian orders i.e., he buys the asset when noise traders sell (and inversely). By this mean, he absorbs a share of the demand from noise traders. We compute some important statistics. Remind that noise traders' total loss is the counterpart to informed traders' total profit (see footnote 13). Also, the case where non-fundamental information is unavailable corresponds to the hypothesis that $\sigma_z^2 \to \infty$.

Definition 1.2.2 (Market properties). *If non-fundamental information is unavailable the expected profit per insider and the trading cost borne by noise traders are respectively denoted by π'_f and L' with*

$$\pi'_f = \mathbb{E}\Big(\mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v} - \tilde{p})|\tilde{s}_i\right]\Big) \qquad \textit{and} \qquad L' = n\pi'_f.$$

If non-fundamental information is available, the expected profit per insider, the expected profit per speculator, the trading cost borne by noise traders are respectively denoted by π_f, π_{nf} and L with

$$\pi_f = \mathbb{E}\Big(\mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v} - \tilde{p})|\tilde{s}_i\right]\Big), \qquad \pi_{nf} = \mathbb{E}\Big(\mathbb{E}\left[d_k(\tilde{v} - \tilde{p})|\tilde{w}_k\right]\Big), \qquad L = n\pi_f + m\pi_{nf}.$$

Price informativeness is denoted in both cases by $\mathrm{Eff}(\tilde{p}) = 1 - \mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{p})/\sigma_v^2$.

Then, it is straightforward to obtain the equilibrium value of these statistics thanks to the values of Φ, Ψ and λ given in proposition 1.2.1.

Corollary 1.2.1. *If non-fundamental information is unavailable then*

$$\pi_f = \frac{\sigma_v^2}{\sqrt{n}}\frac{\sqrt{\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}, \qquad L' = \frac{\sigma_v^2\sqrt{n\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

If non-fundamental information is available then

$$\pi_f = \pi'_f \times \frac{\sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}}{(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2}, \qquad L = L' \times \frac{\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2}{\sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}},$$

$$\pi_{nf} = \pi'_f \times \frac{n\sigma_u^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}{\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]\sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}}.$$

Price informativeness is equal in both cases to

$$\text{Eff}(\tilde{p}) = \frac{n\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

Proof. In appendix A.2. □

$\text{Eff}(\tilde{p})$ is the fraction of σ_v^2 that is "explained" by $\tilde{p}$. Hence, $\text{Eff}(\tilde{p}) = 1$ (resp. $\text{Eff}(\tilde{p}) = 0$) if $\tilde{p}$ perfectly reveals $\tilde{v}$ (resp. does not reveal anything about $\tilde{v}$). The profit per insiders (resp. speculator) in presence of non-fundamental information π_f (resp. π_{nf}) corresponds to the value of a signal $\tilde{s}_i$ (resp. $\tilde{w}_k$) when both types of information are available. Consequently, π_f and π_{nf} determine the choice of information by traders. Hence, we first study their behavior with respect to the set of exogenous parameters (the main results appear in section 1.3).

1.2.3 Market properties for n and m exogenously given

We provide a discussion about equilibrium market properties for n and m exogenously given before considering these properties when information production is endogenous (section 1.3).

1.2.3.1 Price informativeness for n and m exogenously given

Notice first that $\text{Eff}(\tilde{p})$ neither depends on m, σ_u^2 nor σ_z^2. Hence, opening access to non-fundamental information has no effect on price informativeness. Indeed, when insiders are risk neutral $\text{Eff}(\tilde{p})$ does not depend on the amount of uninformed trades in models *à la* Kyle (1985). However, price informativeness is positively related to the number of insiders.

Proposition 1.2.2. *For n and m exogenously given, the presence of speculators has no effect on price informativeness.*

Proof. In appendix A.3. □

We will show latter on that this proposition does not hold when n and m are endogenously determined.

1.2.3.2 Insiders' profit for n and m exogenously given

One can see that the profit per insider π_f can be written $\pi'_f \times \Gamma$ with $\Gamma \in (0;1]$. One obtains $\Gamma = 1$ if there is no speculator. Otherwise, $\Gamma = \frac{1}{m+1}$ if $\sigma_z^2 = 0$ and $\Gamma \to 0$ if $m \to \infty$. Indeed, insiders' profit is positively related to the volume of noise since this latter provides a camouflage and counterparts to their (informed) orders. However, the larger is m and the lower is σ_z^2, the larger is the fraction of $\tilde{u}$ that speculators absorb[16].

[16]The aggregate demand of speculators is equal to $\Psi(m\tilde{u} + \sum_{k\in M} \tilde{z}_k)$ where $|m\Psi|$ is increasing in m and decreasing in σ_z^2.

Proposition 1.2.3. *For n and m exogenously given, the presence of speculators erodes insiders' profit. The larger is the number of speculators and the more accurate is their information, the smaller is the profit of insiders.*

Proof. In appendix A.3. □

Consequently, one can directly conjecture that the number of insiders diminishes when speculators enter the market. Notice also that the effects of σ_v^2, σ_u^2 and σ_ϵ^2 on insiders' profit are not modified by the presence of speculators: π_f increases in σ_v^2 and σ_u^2 since the arbitrage opportunity and the volume of noise trading are then larger while π_f increases for small values of σ_ϵ^2 and inversely. Indeed, raising σ_ϵ^2 has two opposite effects on insiders' profit. First, it deteriorates the precision of their signals (negative effect). Second, it softens competition among insiders since their forecasts about $\tilde{v}$ become more heterogeneous (positive effect). The second effect dominates if σ_ϵ^2 is small and inversely. Finally, π_f is naturally decreasing in n.

Proposition 1.2.4. *The following remarks hold in the presence of speculators ($m \geq 1$) and in their absence ($m = 0$). Insiders' profit increases in σ_v^2 and σ_u^2 and decreases in n. Also, insiders' profit increases in σ_ϵ^2 if $\sigma_\epsilon^2 < \frac{(n-3)\sigma_v^2}{2}$.*

Proof. In appendix A.3. □

1.2.3.3 Speculators' profit for n and m exogenously given

First, notice that the effects of σ_v^2 and σ_ϵ^2 on π_{nf} are exactly the same than those on λ since

$$\pi_{nf} = \lambda \times \frac{\sigma_u^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}{[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2]^2}. \tag{1.1}$$

Thus, these effects are also the same than those on π_f reported above. Indeed, it is well known in models *à la* Kyle (1985) that insiders' profit positively depends on the coefficient λ and on the variance of the net demand from noise traders.

Proposition 1.2.5. *The effects of σ_v^2, σ_ϵ^2 and σ_u^2 on speculators' profit are exactly the same than those on insiders' profit reported in proposition 1.2.4. Also, speculators' profit decreases in m.*

Proof. In appendix A.3. □

Speculators' profit is directly related to λ because they exploit the mispricing caused by noise traders. The larger is the price sensitivity, the larger is π_{nf} (recall that $\tilde{p} = \lambda \tilde{f}$). Also, π_{nf} is increasing in σ_u^2 whereas λ is decreasing in σ_u^2. On the one hand more noise trading lowers adverse selection and thus λ.[17] On the other hand more noise trading provokes a larger mispricing. The second (size) effect dominates.

More interestingly λ and thus π_{nf} are hump-shaped in n. To understand it, notice that few fundamental information is produced if n is small whereas competition among insiders is fierce if n is large. In both cases adverse selection is low, which explains that λ and thus π_{nf} are then lower than for an intermediate value of n.[18]

Proposition 1.2.6. *For $n > \frac{\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$ and m exogenously given a fall in n improves the profit of speculators.*

Proof. In appendix A.3. □

As pointed out during the introduction, this effect is important because it means that if an event lowers the number of insiders —typically the entry of speculators— non-fundamental information value might rise, attracting even more speculators. We conclude with the subtle effect of σ_z^2.

Proposition 1.2.7. *Non-fundamental information value is maximized for $\sigma_z^2 = 0$. If m is small this value monotonically decreases in σ_z^2. Otherwise, it is non monotonic in σ_z^2.*

Proof. In appendix A.3. □

The lower is σ_z^2, the more accurate is the information of speculators. We obtain that π_{nf} is maximized when non-fundamental information is perfect. Also, π_{nf} monotonically decreases in σ_z^2 if m is small. Otherwise if m is large, π_{nf} first decreases in σ_z^2 before reaching a local minimum. Then π_{nf} increases in σ_z^2 toward a local maximum and finally decreases toward zero. To understand it, remind that π_{nf} is positively related to λ and notice that λ decreases in σ_z^2 with a negative second derivative. Hence, raising σ_z^2 reduces λ especially if σ_z^2 is close to zero, which is then very detrimental to speculators' profit. The second part of equation (1.1) captures the usual trade-off between information precision and competition:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_z^2} \frac{\sigma_u^2(\sigma_u^2+\sigma_z^2)}{[(m+1)\sigma_u^2+2\sigma_z^2]^2} = -\frac{\sigma_u^2\,[2\sigma_z^2-(m-3)\sigma_u^2]}{[(m+1)\sigma_u^2+2\sigma_z^2]^3} > 0 \quad \text{if} \quad \sigma_z^2 < \frac{(m-3)\sigma_u^2}{2}.$$

Hence, the second part equation (1.1) increases for relatively moderate values of σ_z^2 since it softens competition among speculators. For larger values of σ_z^2 competition among speculators is yet low. Thus raising σ_z^2 only deteriorates their information (it is the same effect than the one generated by σ_ϵ^2 on π_f). Now assume that m is large. Then competition

[17] In models *à la* Kyle (1985), the larger is the adverse selection on the market due to insiders' presence i.e., the larger is the risk for the market maker to lose money when he absorbs an order, the larger is λ. Indeed, since the market maker loses money when he processes an informed order, he raises the price when $\tilde{f} > 0$ and inversely. To do so, he sets the price sensitivity coefficient λ more or less high.

[18] See footnote 17.

among speculators is fierce. Assume also that $\sigma_z^2 = 0$. Raising σ_z^2 dramatically reduces λ and softens competition. Yet, the first effect dominates and π_{nf} falls. However for larger values of σ_z^2, λ is less sensitive. Hence, the positive effect on competition dominates and π_{nf} increases in σ_z^2 toward a local maximum. Nonetheless, π_{nf} remains smaller than for $\sigma_z^2 = 0$. Finally, π_{nf} reduces for large values of σ_z^2 since the positive effect on competition vanishes.

This remark is analogous to those of Cheynel and Levine (2012) who highlight that the effect of precision on information value is very different when it comes to non-fundamental information. Indeed, non-fundamental information value is maximized for $\sigma_z^2 = 0$ whereas fundamental information value is maximized for an intermediate σ_ϵ^2. The difference stems from the fact that an intensive use of non-fundamental information is partly beneficial for speculators since $\tilde{p}$ is then very sensitive to $\tilde{u}$ —λ is inversely related to σ_z^2—, which reinforces the mispricing caused by noise traders. On the contrary, a large λ compels insiders to trade less.[19] Hence, a rise in λ is more beneficial for speculators than for insiders.

1.2.3.4 Noise traders' trading cost for n and m exogenously given

We conclude this section with the analysis of the trading cost borne by noise traders. It is an important aspect since the trading cost borne by noise traders is generally considered as the main social welfare measure with price informativeness. One can see that $L = L' \times \mathcal{X}$ where $L' = \lambda' \sigma_u^2$ is the trading cost borne by noise traders in absence of speculators.[20] Since n, σ_v^2 and σ_ϵ^2 only affect L through λ' their effect on the trading cost borne by noise traders is not affected by the presence of speculators.[21] Notice also that the trading cost borne by each noise trader $\frac{L}{\sigma_u^2}$ is decreasing in σ_u^2 as it is the case without speculators.[22]

More importantly, $\mathcal{X} = 1$ for $\sigma_z^2 = 0$ and $\sigma_z \to \infty$. On the contrary $\mathcal{X} < 1$ for $\sigma_z^2 \in (0;\infty)$ with $\mathcal{X}$ being minimized for $\sigma_z^2 = \frac{\sigma_u^2}{2}$. L is thus minimized for an intermediate level of non-fundamental information precision, as in Cheynel and Levine (2012).

Proposition 1.2.8. *For n and m exogenously given and $\sigma_z^2 \in (0;\infty)$ (resp. $\sigma_z^2 = 0$), the presence of speculators reduces (resp. have no effect on) the trading cost borne by noise traders. Also, the trading cost borne by noise traders in presence of speculators decreases in $n > \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$.*

Proof. In appendix A.3. □

For the first part of the proposition, remind that the activity of speculators have two opposite effects on L. They absorb a fraction of the demand from noise traders, which

[19] One can see in the proof of proposition 1.2.1 that contrary to Ψ, Φ is inversely related to λ.
[20] λ' is the coefficient λ in absence of speculators.
[21] These effects are thus the same than those on λ and thus on π_f explained earlier.
[22] Hence, noise traders should still concentrate their trades in this context (Admati and Pfleiderer, 1988).

reduces their price impact measured by $\lambda(1 + m\Psi)\tilde{u}$ with $m\Psi < 0$. In the meanwhile, λ rises because the net uninformed demand lowers, which is detrimental to adverse selection and thus to noise traders. However, the first effect dominates except for $\sigma_z^2 = 0$ where they cancel out each other. Notice also that L is decreasing in m since competition among speculators is then fiercer. We will see that these properties vanish when n and m are endogenously determined. The second part of the proposition means that if the entry of speculators implies a fall in n —recall that insiders' profit decreases in m— then the trading cost borne by noise traders might raise. It is the case if σ_ϵ^2 is large. A condition under which the decrease in competition among insiders that goes with the fall in n —the detrimental effect to noise traders— overbalances the fact that less fundamental information is then produced —a positive effect for noise traders. It is the same condition than the one under which a fall in n improves the profit of speculators (proposition 1.2.6). Hence, if a fall in n that follows the entry of speculators improves the profit of the speculators, it is not only at the expense of insiders as proposition 1.2.3 states, it is also at the expense of noise traders.

Summary of the section. To sum up, the entry of speculators has no effect on price informativeness (proposition 1.2.2). However, it erodes the profit of insiders (proposition 1.2.3). In the meanwhile, it benefits noise traders (proposition 1.2.8). We show below that these properties do not hold when information acquisition acquisition. Namely, the entry of speculators crowds out insiders. An eviction that weakens price informativeness and, under some conditions, worsens the welfare of noise traders for the benefit of speculators (proposition 1.2.6).

1.3 Endogenous information acquisition

As it is common in entry games, a new trader enters the market —produces either a signal $\tilde{s}_i$ or $\tilde{w}_k$— if his net expected profit is positive.[23] The following definition ensures that no supplemental traders enter the market at the equilibrium.

Definition 1.3.1 (**Information Production Equilibrium**). *If non-fundamental information is unavailable, the IPE is given by n'^* such that $n'^* \geq 1$ and $\pi'_f(n'^*) = c_f$.*
If non-fundamental information is available, the IPE is given by (n^*, m^*) such that $n^* \geq 1$, $m^* \geq 1$, $\pi_f(n^*, m^*) = c_f$ and $\pi_{nf}(m^*, n^*) = c_{nf}$.

Proposition 1.3.1. *If non-fundamental information is unavailable, the IPE is given by the unique $n'^* \geq 1$ such that $c_f^2 n'^* \left[(n'^* + 1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2 - \sigma_v^4\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) = 0$ with $\frac{\partial n'^*}{\partial c_f} < 0$.*

[23] To simplify matters, we treat n and m as continuous numbers.

If non-fundamental information is available, the IPE is given by

$$
\begin{aligned}
n^* =& \frac{\left(4\sqrt{c_f c_{nf}}\sigma_v^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}} + [c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)]^2\right)^{\frac{1}{2}}}{2c_f\sigma_v^2\sigma_u^2} \\
&+ \frac{c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2) - c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)}{2c_f\sigma_v^2\sigma_u^2}, \\
m^* =& \frac{\left(4\sqrt{c_f c_{nf}}\sigma_v^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}} + [c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)]^2\right)^{\frac{1}{2}}}{2c_{nf}\sigma_v^2\sigma_u^2}\frac{\sigma_u^2+\sigma_z^2}{\sigma_z^2} \\
&- \frac{c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)(\sigma_u^2+3\sigma_z^2) + c_f\sigma_u^2(\sigma_u^2+\sigma_z^2)(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)}{2c_{nf}\sigma_v^2\sigma_u^2\sigma_z^2}
\end{aligned}
$$

with m^* hump-shaped in c_f and

$$\frac{\partial n^*}{\partial c_f} < 0, \qquad \frac{\partial n^*}{\partial c_{nf}} > 0, \qquad \frac{\partial m^*}{\partial c_{nf}} < 0.$$

Proof. In appendix A.4. □

Existence of the IPE. The number n'^* is determined through a cubic equation that has a unique solution for $n \geq 0$ and thus for $n \geq 1$ if c_f is appropriately chosen. Nevertheless its complexity precludes its use. Of course, the IPE might not necessarily exist, for instance if c_f and c_{nf} are too large. Yet, one can always ensure its existence by choosing appropriately c_f and c_{nf} as we argue in the proof of the proposition. We will assume that this is always the case throughout the analysis.[24]

Crowding out effect. We obtain that reducing fundamental information cost raises n^*. Contrary, reducing non-fundamental information cost reduces n^* and raises m^*. Hence, it produces a crowding out effect. It is also interesting to note that m^* is hump-shaped in c_f. Thus, reducing c_f not only attracts more insiders, it might attract more speculators. Indeed, recall that speculators' profit is non monotonic in n.

1.3.1 Endogenous information production and price informativeness

We now investigate the effect of the introduction of non-fundamental information on the equilibrium price informativeness.

[24] This is not a restrictive assumption but an existence condition.

Definition 1.3.2 (Price informativeness at the IPE). *In absence (resp. in presence) of non-fundamental information, price informativeness at the IPE is denoted by* $\mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})$ *(resp. by* $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$*) with*

$$\mathrm{Eff}'^*(\tilde{p}) = \frac{n'^*\sigma_v^2}{(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2} \qquad \left(\textit{resp. } \mathrm{Eff}^*(\tilde{p}) = \frac{n^*\sigma_v^2}{(n^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}\right).$$

Recall that proposition 1.2.3 states that π_f is decreasing in m. Therefore $n^* < n'^*$ since $m^* \geq 1$ in presence of non-fundamental information. However, since $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ decreases in n the next proposition directly follows.

Proposition 1.3.2. *At the IPE opening access to non-fundamental information deteriorates price informativeness i.e.,* $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p}) < \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})$*.*

Figures 1.2 and 1.3 depict the detrimental effect of non-fundamental information on informational efficiency. Indeed, one can see that reducing c_{nf} —improving the access to non fundamental information— significantly reduces price informativeness. Albeit our framework is admittedly schematized, this point is important. It highlights that since speculators levy a tax on the profit of insiders, investment in fundamental information structurally reduces in their presence. This point was yet mentioned by Madrigal (1996) in a close setting where there is only one insider. Of course, if technological improvements reduce c_f in the meanwhile, n^* and thus $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$ might progress despite the entry of speculators. Yet, n^* would remain smaller than n'^* and thus $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$ would remain weaker than what it could have been if non-fundamental information were unavailable. Obviously, an insider who also observes the price can combine his signal with $\tilde{p}$ to forecast $\tilde{v}$. Assume for instance that an agent has access to $\tilde{s} = \tilde{v} + \tilde{\eta}$ and $\tilde{p}$. Applying the projection theorem yields after some algebra[25]

$$\mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{s},\tilde{p}) = \frac{\sigma_\eta^2\sigma_v^2\big(1-\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})\big)}{\sigma_\eta^2 + \sigma_v^2\big(1-\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})\big)}.$$

Therefore, the precision of the insider's forecast still remains less precise as compared to what it could have been in the absence of speculators i.e., if $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$ were replaced by $\mathrm{Eff}'^*(\tilde{p}) > \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$.[26] Thus, the result that the activity of speculators worsens price informativeness does not depend on the assumption that insiders submit market orders: it is the same when they observe the price. Said differently, the activity of speculators does not improve price discovery from the point of view of insiders. Hence, the result that the presence of speculators worsens price informativeness would also prevail in a two-periods

[25] See Vives (2008) for a presentation of these tools.

[26] If $\tilde{\eta} = \tilde{\epsilon}_i$ it corresponds to an insider who observes $\tilde{p}$ after having traded. The result is substantially the same, except that i subtracts his own past demand $\Phi\tilde{s}_i$ from $\tilde{p}$. One obtains that the activity of speculators has still no beneficial effect on price discovery from the point of view of insider i.

setting. It is of course different for a speculator who observes $\tilde{p}$. For instance, if one knows $\tilde{u}$ one can draw back from $\tilde{p}$ a statistic about the information of speculators:

$$\frac{\tilde{p}}{\lambda} - (1 + m\Psi)\tilde{u} = \Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + \Psi \sum_{k\in M}\tilde{z}_k.$$

Assume now that our trading game is played along two trading periods. During the second period, speculators can extract more fundamental information from the first period price than other market participants. Then speculators compete with insiders for the use of fundamental information during the second period, in addition to their non-fundamental trading activity.[27] Since speculators free ride on their information, insiders reduce their first period demand, which weakens price informativeness in the short-run (Madrigal, 1996; Yang and Zhu, 2015). Moreover, since speculators absorb a share of noise trading during both periods, the profit of insiders deteriorates. Therefore, their equilibrium number diminishes. As a result, price informativeness and eventually the welfare of noise traders worsens despite the ability of speculators to gather fundamental information from the first period price. Thus, the results of this section appear robust in a dynamic setting. We provide in section 1.4 an extension that formalizes simply the idea argued in this two-period example.

A comparison with Madrigal (1996). These remarks allow us to better position our work as compared to Madrigal's one. Both are conceptually close. As explained, Madrigal (1996) considers a two-period (thus more complicated) setting with only one insider and one speculator. The speculator observes *ex post* a signal on the first period demand from noise traders. This information allows the speculator to free ride on the insider's information contained in the first period price. Yang and Zhu (2015) extend this work by allowing the insider to play a mixed strategy during the first period in order to strategicaly hide his information. Both studies conclude that the presence of the speculator weakens (resp. improves) price informativeness during the first (resp. second) period, whereas it might reduce during both periods if information acquisition is endogenous.[28] Our one-period model allows to endogenize the number of insiders and speculators, thus to investigate a larger set of interactions between fundamental and non-fundamental trading. Especially, our model captures a new channel through which non-fundamental information affects the market: the eviction of insiders by speculators. Also in Madrigal (1996), the speculator trades on the basis of the fundamental information that he gathers from the first period price. Consequently, he buys the asset for its long-term value. In our setting the insider solely trades in order to arbitrage the mispricing due to noise traders, which is maybe more realistic when one considers certain aspects of non-fundamental trading.[29]

[27] A setting very close to Madrigal (1996) except that speculators arbitrage noise trading during both periods.

[28] They consider the possibility for the insider to improve the veracity of its signal against a costly effort.

[29] For instance, Cochrane (2013) argues that non-fundamental traders traders do not look at information or opinion about about firms fundamentals, and provides a harsh criticism about these investors:

Finally, Yang and Zhu (2015) conclude that the presence of the speculator benefits noise traders. In our model, the trading cost borne by noise traders rises in presence of non-fundamental information under a large set of exogenous parameters values, especially when non-fundamental information is accurate. A point that we develop in the next subsection.

Comparative statics on price informativeness. It is interesting to evaluate how opening access to non-fundamental information modifies the behavior of $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$.

Proposition 1.3.3. *The following properties concerning price informativeness hold at the IPE:*

$$\frac{\partial \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_v^2} > 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_\epsilon^2} < 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_u^2} > 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial c_f} < 0,$$
$$\frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_v^2} > 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_\epsilon^2} < 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_u^2} < 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial c_f} < 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial c_{nf}} > 0, \; \frac{\partial \mathrm{Eff}^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_z^2} > 0.$$

Proof. In appendix A.5. □

Interestingly, introducing non-fundamental information reverses the behavior of $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ with respect to σ_u^2. In the basic framework, more noise trading is synonym of a larger profit for insiders. Therefore, price informativeness improves since their number increases. The contrary arises when traders can specialize into non-fundamental information. Indeed, remind that $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ increases in n and that n^* decreases in σ_u^2 contrary to n'^*. Also, remind that m^* increases in σ_u^2. Hence, the fall in price informativeness is due to the crowding out effect: whereas more noise trading should attract more insiders, it also attract speculators whose the activity reduces the profit of insiders and thus their equilibrium number.

This remark might cast a light on certain episodes of market turbulence. Let us consider an exogenous regime switch where the volume of noise trading suddenly peaks. For instance, assume that financial institutions face liquidity needs and are thus subject to fire sales, or must urgently buy some assets to fulfill their short sales. If some market participants are sufficiently flexible (e.g., hedge funds) they should modify their strategy in order to specialize in non-fundamental trading (i.e., predatory trading in this setting). They benefit then from the opportunity to go bargain hunting for distressed assets, or to short sell overpriced ones (provided that they are aware of the right timing and market to do so). Hence, non-fundamental information production is discouraged for the benefit of

High-frequency traders do not trade on earnings reports 20 milliseconds ahead of the market. Instead, high-frequency traders —and even most "low-frequency" day and week traders— look at patterns of prices, volumes, and past trading activity, not "information" or opinion about firm fundamentals. [...] *If you ask their critics, they are artfully front-running demand from less-sophisticated investors, subtracting "liquidity," worsening "price impact," choking bandwidth with quickly-canceled orders and removing the economic rewards to genuine information trading.*

non-fundamental investment strategies. Consequently, market efficiency deteriorates and the financial turmoil worsens.[30]

Finally, notice that neither the effects of σ_v^2 , σ_ϵ^2 nor c_f on $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ are affected by the presence of speculators. More interestingly, notice that $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$ increases in c_{nf} and σ_z^2 since raising these parameters reduces the benefit to collect non-fundamental information. Hence, contrary to fundamental information, cheaper and more precise non-fundamental information is detrimental to informational efficiency. One might link this result with Bai *et al.* (2014) who observe that despite the dramatic improvement in information technology, and the enormous increase in trading, price informativeness has slightly increased over the last decades. They conclude that a possible explanation lies in the fact that the most important for price informativeness is not the capacity of investors to gather information (typically, their computing resources), but their ability to interpret information. Our model might shed a supplemental light on this phenomenon: a fall in non-fundamental information cost —typical consequence of larger computing resources— and a rise in noise trading —more opportunities for speculators— might deteriorate informational efficiency because it discourages traders to conduct fundamental analysis.

1.3.2 Endogenous information production and noise traders' trading cost

Recall that informed traders' total profit is the counterpart of noise traders' total loss. Since $\pi_f = c_f$ and $\pi_{nf} = c_{nf}$ at the equilibrium, this definition follows.

Definition 1.3.3 (Noise traders' trading cost at the IPE). *If non-fundamental information is unavailable, the trading cost borne by noise traders at the IPE is denoted by $L'^* = n'^* c_f$.*
If non-fundamental information is available, the trading cost borne by noise traders at the IPE is denoted by $L^* = n^* c_f + m^* c_{nf}$ with

$$L^* = \left(4\sqrt{c_f c_{nf}}\sigma_v^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}} + \left[c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)+c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\sigma_u^2+2\sigma_z^2}{2\sigma_v^2\sigma_u^2\sigma_z^2}$$
$$-\frac{c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)+c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)}{2\sigma_v^2\sigma_u^2\sigma_z^2}(\sigma_u^2+2\sigma_z^2).$$

The analytic value of the trading cost borne by noise traders is not easy to manipulate. However, it is possible to obtain the following properties.

[30] Obviously, non-fundamental traders might also have beneficial effects, as said in the literature review. Especially, they offer precious counterparts to uninformed trades during market turbulence times. The idea developed here is that the investment in fundamental information might structurally reduce, which might have potential subsequent negative effects (reinforcement of non-fundamental information value, less competition among insiders, weakened price informativeness).

Proposition 1.3.4. *The following properties concerning the trading cost borne by noise traders hold at the IPE:*

- L'^* *is hump-shaped with respect to* c_f*:* $L'^* \to 0$ *for* $c_f \to 0$*, then* L'^* *increases toward a global maximum for* $c_f = \hat{c}'_f \in (0; \infty)$ *and finally decreases for* $c_f > \hat{c}'_f$*.*
- L^* *is hump-shaped with respect to* c_f*:* $L^* \to 0$ *for* $c_f \to 0$*, then* L^* *increases toward a global maximum for* $c_f = \hat{c}_f \in (0; \infty)$ *and finally decreases for* $c_f > \hat{c}_f$*.*
- L^* *is hump-shaped with respect to* c_{nf}*:* $L^* \to 0$ *for* $c_{nf} \to 0$*, then* L^* *increases toward a global maximum for* $c_f = \hat{c}_{nf} \in (0; \infty)$ *and finally decreases for* $c_f > \hat{c}_{nf}$*.*

Proof. In appendix A.6. □

A direct corollary is that if $\hat{c}'_f < \overline{c}'_f$, reducing the cost of fundamental information increases the trading cost borne by noise traders. This observation also prevails in presence of non-fundamental information if $\hat{c}_f < \overline{c}_f$.

One might argue that since a fall in c_f attracts more insiders, it should reduce the trading cost borne by noise because it reinforces competition among insiders. However, one must also remind that more insiders means that more fundamental information is produced, which might be detrimental to adverse selection and thus to noise traders. For instance, in the polar case where there is no insider, the market maker does not face any problem of adverse selection and sets $\lambda = 0$, which means that noise traders do not bear any trading cost. Hence, raising n does not necessarily reduces the trading cost borne by noise traders. To understand if, one must recall that

$$\tilde{f} = \Phi \left(n\tilde{v} + \sum_{i \in N} \epsilon_i \right) + \Psi \left(m\tilde{u} + \sum_{k \in M} \tilde{z}_k \right) + \tilde{u}.$$

The aggregate demand has thus two components: a first informed component (first bracket) and a second noisy component (the rest of the equation). The more accurate is the first component, the larger is the loss that the market maker bears when he absorbs the order flow (higher adverse selection). Hence, he sets a larger λ to make noise traders carry this loss (higher noise traders' trading cost). Raising n has two opposite effects on adverse selection: it sustains competition among insiders but also improves the precision of their aggregate demand. The first effect is beneficial to adverse selection since it allows the market maker to better identify the first component of $\tilde{f}$. The second effect is detrimental since the first component of $\tilde{f}$ becomes more accurate.

One obtains that the second (detrimental) effect dominates if c_f and σ_ϵ^2 is large. Indeed, if the individual market order of each insider is noisy, raising n significantly improve the precision of their aggregate demand because insiders' forecast errors $\{\tilde{\epsilon}_i\}_{i \in N}$ cancel out each other. On the contrary, the number of insiders is yet large and their demand accurate if c_f and σ_ϵ^2 are low. Then, raising n does not improve the accuracy of the aggregate demand from insiders but only sustains competition among them. Hence, the (beneficial) competition effect dominates and the rise in n improves the welfare of noise traders. To sum up, raising n benefits noise traders if the number of insiders is yet large and their individual forecasts are accurate i.e., if c_f and σ_ϵ^2 are low. Hence we obtain reciprocally that a fall in n is detrimental to noise traders under these conditions. Whereas the endogenous number of insiders and speculators is now endogenous, this remark is directly related to the second part of proposition 1.2.8.

Remark 1.3.1. *A fall in n raises the trading cost borne by noise traders if the number of insiders is large and their (fundamental) information is accurate.*

Whereas the involved mechanism is different, this property also prevails for c_{nf} i.e., cheaper non-fundamental information can be detrimental to the welfare of noise traders. Once again, lowering c_{nf} has two countervailing effects. First, it attracts more speculators on the market. Hence, a larger fraction of the demand from noise traders is absorbed by speculators, which reduces their price impact and thus their trading cost. On the other hand, the entry of speculators reduces insiders' profit (proposition 1.2.3). Thus, their equilibrium number n^* lowers. This effect can be detrimental since remark 1.3.1 says that a fall in n can increase adverse selection and thus the trading cost borne by noise traders.

The first part of proposition 1.2.8 says that the first (beneficial) effect is marginal if σ_z^2 and m are low. Moreover, the second part of proposition 1.2.8 says that the fall in n is detrimental if σ_ϵ^2 is low. Hence, reducing c_{nf} is particularly detrimental if fundamental and non-fundamental information information is accurate and if m is low i.e., if c_{nf} is initially large. Under these conditions, the fall in c_{nf} reduces the welfare of noise traders through a crowding out effect: the entry of speculators crowds out speculators, which cancels the positive effect that the activity of insiders has *per se* on the trading cost borne by noise traders. The numerical examples reported in Figure 1.2 illustrate that L^* is hump-shaped in c_{nf}, especially for low values of σ_ϵ^2 and σ_z^2. The effect is even stronger for smaller values of σ_z^2. Yet, we report the case of intermediate numerical values in an aim of robustness.[31]

Noise traders' trading cost with and without non-fundamental information. These remarks highlight the mechanism through which opening access to non-fundamental information can deteriorate the welfare of noise traders. As explained, the entry of speculators deters potential insiders to enter the market. Hence, competition on fundamental information diminishes as compared to the case where non-fundamental information is not available i.e., as compared to the standard Kyle's (1985) setting. As explained above, the fall in n is particularly detrimental if σ_ϵ^2 is low. Moreover, the beneficial effect of the activity of speculators on the welfare of noise traders is marginal if σ_z^2 is low. Hence, opening-access to non-fundamental information harms noise traders under these conditions. The following

[31] Madrigal (1996) reports for its numerical calibration that it is unrealistic to assume that a speculator observes more than 70% of noise trading. Choosing $\sigma_v^2 = 1$ and $\sigma_z^2 = 1$ (resp. $\sigma_z^2 = 0.5$) means that a speculator observes 50% (resp. 2/3) of the amount of noise trading. The numerical examples reported in Figure 1.2 are thus realistic. Of course, recent progresses probably enable speculators to forecast a larger share of noise trading (Figure 1.3 considers $\sigma_z^2 = 0$).

proposition directly stems from the above remarks and the numerical examples in Figures 1.2 and 1.3.

Proposition 1.3.5. *At the IPE opening access to non-fundamental information can worsen the trading cost borne by noise traders, especially if fundamental and non-fundamental information is accurate.*

Whereas L'^* and L^* are too complicated to produce a formal proof of the conditions under which the presence of speculators is detrimental to noise traders, Figure 1.2 illustrate the above remarks. If σ_ϵ^2 and $\sigma_z^2 = 1$ i.e., if fundamental and non-fundamental information is relatively noisy, L^* is lower than L'^* under a wide range of c_{nf} values (last numerical example in Figure 1.2). Hence, opening access to non-fundamental information improves the welfare of noise traders. Moreover if c_{nf} is low —if m is large— L^* is much lower than L'^*. On the contrary, for $\sigma_\epsilon^2 = 0$, $\sigma_z^2 = 0.5$ and an intermediate c_{nf} we obtain that L^* is larger than L'^* (first numerical example in Figure 1.2). Hence, opening access to non-fundamental information is harmful for noise traders. This observation is particularly eloquent when one considers Figure 1.3 where L^* skyrockets if $\sigma_z^2 = 0$. Figure 1.3 also illustrates that noise traders' total loss in minimized for an intermediate value of σ_z^2 as highlighted by Cheynel and Levine (2012) in a close context.[32]

1.3.2.1 Noise traders' trading cost for $\sigma_z^2 = 0$

To simplify matters we now assume that $\sigma_z^2 = 0$. This assumption allows to treat analytically the trading cost borne by noise traders. Notice first that $n^* = \frac{c_{nf}}{c_f}$ in this case. Consequently, c_{nf} must be larger than c_f.

Proposition 1.3.6. *When non-fundamental information is perfect opening access to non fundamental information benefits noise traders at the IPE if*

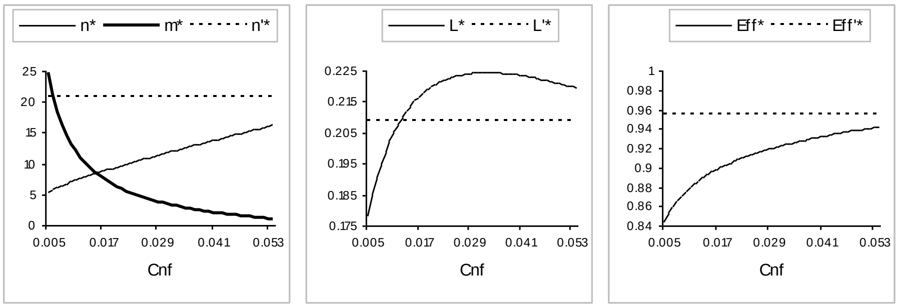
$$n'^* \leq \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2} \quad \text{or if} \quad n'^* > \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2} \quad \text{and} \quad c_{nf} \leq \frac{c_f}{n'^*}\left(\frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}\right)^2.$$

Otherwise, opening access to non-fundamental information is detrimental to noise traders.

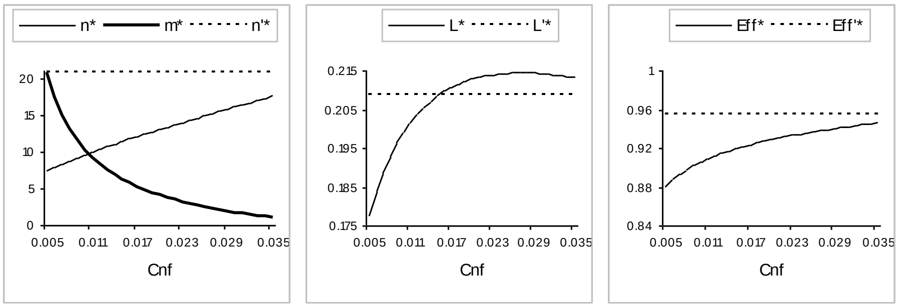
Proof. In appendix A.7. □

It is straightforward to interpret this condition. First, remind that the activity of speculators has no effect *per se* on the welfare of noise traders if $\sigma_z^2 = 0$ (proposition 1.2.8). Hence, the entry of speculators can benefit noise traders if the crowding out effect that they produce —the eviction of insiders— reduces adverse selection. Proposition 1.2.8 says that this is the case if $n \leq \frac{\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$. We explained above that under this condition, the fall in n reduces more the precision of the aggregate demand from insiders than it reinforces

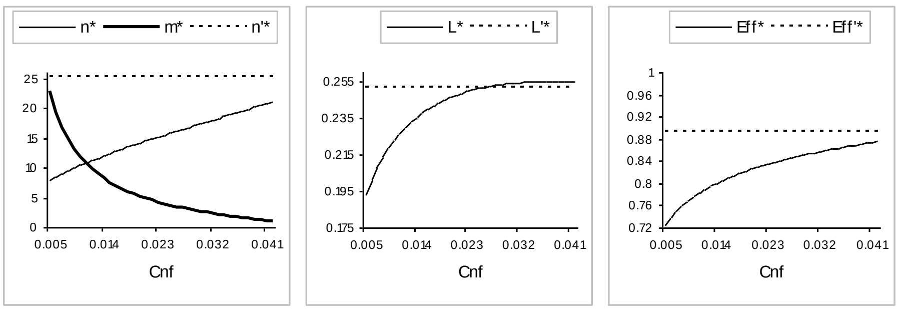
[32] See subsection 1.2.3.4.



σ²ε=0, σ²z=0,5



σ²ε=0, σz²=1



σ²ε=1, σz²=1

Figure 1.2: This figure depicts the equilibrium number of insiders and speculators, the trading cost borne by noise traders and price informativeness in presence (n^*, m^*, L^* and $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p})$) and in absence of non-fundamental information (n'^*, m'^*, L'^* and $\mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})$) with respect to non-fundamental information cost, for different values of σ_ϵ^2 and σ_z^2. Other parameters values are $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 = 1$ and $c_f = 0.01$. Opening access to non-fundamental information is particularly detrimental to noise traders if fundamental and non-fundamental information is accurate (top panel).

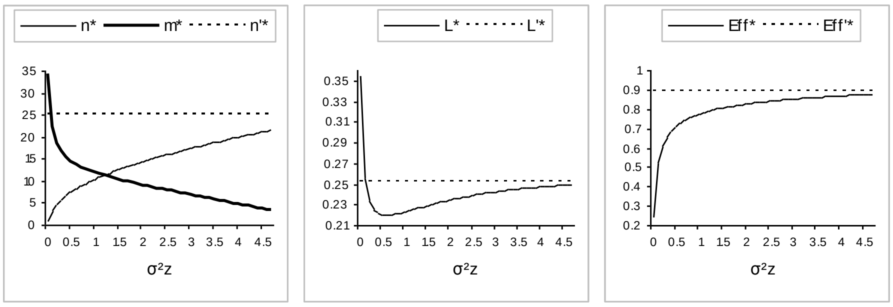


Figure 1.3: This figure depicts the equilibrium number of insiders and speculators, the trading cost borne by noise traders and price informativeness in presence (n^*, m^*, L^* and $\text{Eff}^*(\tilde{p})$) and in absence of non-fundamental information (n'^*, m'^*, L'^* and $\text{Eff}'^*(\tilde{p})$) with respect to σ_z^2. Other parameters values are $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 = \sigma_\epsilon^2 = 1$ and $c_f = c_{nf} = 0.01$. Opening access to non fundamental information is particularly detrimental to noise traders and price informativeness if σ_z^2 is low.

their monopoly position. Formally, this condition is verified if σ_ϵ^2 is sufficiently large and n sufficiently small.

However, it is not the only condition under which a fall in n benefits noise traders. Indeed, opening access to non-fundamental information can also benefit noise traders if c_{nf} is sufficiently small, even if $n'^* > \frac{\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$ (second condition in the last proposition). To understand it, assume that this condition holds and that c_{nf} is sufficiently weak. Since c_{nf} is low a large number of speculators enter the market. Consequently, the initial equilibrium number of insiders n'^* dramatically falls. As a result, the the condition in proposition 1.3.6 finally prevails, and the fall in n benefits noise traders. Nevertheless, opening access to perfect non-fundamental information worsens the welfare of noise traders if these two conditions are not respected. Indeed, the eviction of insiders then mainly reduces competition among them as stated by the second part of proposition 1.2.8.

It is also interesting to note that it is precisely when $n > \frac{\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$ that a fall in n improves speculators' profit, as stated by proposition 1.2.6. Hence, when non-fundamental information is perfect, speculators not only monopolize a share of insiders' profit, they also monopolize the rise in the trading cost borne by noise traders that their entry causes.

1.3.2.2 Noise traders' trading cost for $\sigma_\epsilon^2 = 0$ and $\sigma_z^2 = 0$

The assumption of perfect information is quite unrealistic but dramatically simplifies the analysis. Hence, it must be considered as a polar case that allows to illustrate simply the previous results. Also, it allows to compare our results to those of Yang and Zhu (2015) as explained below.[33]

Proposition 1.3.7. *When fundamental and non-fundamental information is perfect opening access to non-fundamental information harms noise traders at the IPE.*

[33]See subsection 1.3.1.

The intuition is simple. Since $\sigma_\epsilon^2 = 0$ any fall in n raises adverse selection as stated by proposition 1.2.8. Indeed, any fall in the number of insiders lowers competition on fundamental information without reducing the accuracy of their aggregate demand. Consequently, since $n^* < n'^*$ the entry of speculators raises the trading cost borne by noise traders. Of course, the second part of the condition in proposition 1.3.6 is ruled out since if $\sigma_\epsilon^2 = 0$ and $\sigma_z^2 = 0$ this condition implies $c_{nf} < c_f$ because $n'^* \geq 1$, which is impossible since $n^* = \frac{c_{nf}}{c_f}$ implies $c_{nf} > c_f$. It is also interesting to note that since $c_{nf} > c_f$

$$\frac{\partial L^*}{\partial c_{nf}} = \frac{\sqrt{c_f \sigma_v^2 \sigma_u^2}(c_f - c_{nf})}{2\sqrt{c_{nf}(c_f + c_{nf})^2}} < 0.$$

Hence any fall in the cost of non-fundamental information raises even more the transaction cost borne by noise traders. Opening access to non-fundamental information or reducing its cost is thus detrimental to noise traders when insiders and speculators can access to perfect signals.

A comparison with Yang and Zhu (2015). The last results show that our speculators have a very different effect as compared to the one in Yang and Zhu (2015). In their setting, the speculator buys the asset for its long-term value, thanks to the fundamental information that he draws back from the first period insider's demand. Hence, the presence of the speculator boosts competition on fundamental information in their setting, especially if his information is accurate. In our setting, speculators purely trade for non-fundamental reasons, and thus do not compete on fundamental information. Yet, this activity does not benefit noise traders if $\sigma_z^2 = 0$. Moreover, their presence reduces the number of speculators, which has a detrimental effect on adverse selection if $\sigma_\epsilon^2 = 0$. Hence, under perfect information our speculators have an opposite effect than Yang and Zhu's one. Indeed, Yang and Zhu shows that when fundamental and non-fundamental information is perfect, the trading cost borne by noise traders along the two trading rounds decreases. The contrary arises in our one period setting. We do not claim that our results contradicts theirs but rather that we complete their analysis. Indeed, we study the structural effect —information acquisition is endogenous— of speculators who anticipate the demand from noise traders and solely trade in order to correct the mispricing that they cause. On the contrary, Yang and Zhu study the effect of a speculator whose the superior ability is to draw back fundamental information from the first period price.[34] Consequently in our model, the positive effect of speculators for noise traders is to absorb a share of their demand, whereas their detrimental effect is to crowd out insiders.[35] In Yang and Zhu the speculator has a positive effect on noise traders because he competes with the insider and thus reduces adverse selection.[36]

[34] An activity generally defined as technical analysis.

[35] Which has the harmful effect to reduce competition.

[36] More precisely, adverse selection increases during the first period since the insider trade more cautiously. Nevertheless, it reduces during the second period since the insider then competes with the spec-

In an aim of robustness, we assume in section 1.4 that our speculators are fast and are thus able to trade just after the insiders and noise traders. Thereby, speculators benefit from the ability to draw back insiders' information from the aggregate order flow thanks to their signal on the demand from noise traders. The results obtained in this section still prevail in this extension. It highlights that the very difference between Madrigal (1996) or Yang and Zhu (2015) and our paper is that contrary to the former who consider a back-runner, we consider front-running speculators. Consequently, our study is probably more linked to the phenomenon of high-frequency trading, whereas it also suffers from the assumption that there is only one period. An assumption necessary to preserve tractability in order to consider information acquisition.

1.3.3 Relaxing information specialization

In this brief section, we relax the assumption that traders produce either fundamental or non-fundamental information, but not both. To do so, we consider that an agent can acquire a fundamental signal $\tilde{s}_i$ against a cost c_f, and eventually an additional non-fundamental signal $\tilde{w}_i$ against a supplemental cost c_{nf}.[37] In an aim of briefness, we assume that information is perfect i.e., $\sigma_\epsilon^2, \sigma_z^2 = 0$. However, we conjecture that the results that we obtain below also hold without this assumption. The timeline is exactly the same than in the basic model. The only difference is that a speculator is now an insider who pays an extra fee c_{nf} in order to observe the forthcoming demand from noise traders $\tilde{u}$.

Proposition 1.3.8. *Let $\sigma_\epsilon^2 = 0$ and $\sigma_z^2 = 0$. If traders can acquire fundamental information against a cost c_f and eventually non-fundamental information against a supplemental cost c_{nf}, the unique IPE is given by*

$$n^{**} = \frac{(c_f + c_{nf})^2 - c_f\sqrt{\frac{c_f}{c_{nf}}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2}}{c_f(c_f + c_{nf})}, \qquad m^{**} = \frac{\sqrt{\frac{c_f}{c_{nf}}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2}}{c_f + c_{nf}} - 1 \qquad \textit{with} \qquad n^{**} + m^{**} = \frac{c_{nf}}{c_f}.$$

Consequently, $n^{**} + m^{**} = n^* < n'^*$ and thus $\mathrm{Eff}^{**}(\tilde{p}) = \mathrm{Eff}^*(\tilde{p}) < \mathrm{Eff}'^*(\tilde{p})$.
Also $L^{**} = n^{**}c_f + m^{**}(c_f + c_{nf})$ with

$$\begin{aligned} L^{**} &= \frac{\sqrt{c_f c_{nf}}}{c_f + c_{nf}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2} \\ &= L^* > L'^*. \end{aligned}$$

Proof. In appendix A.8. □

ulator. The overall effect generally benefits noise traders according to Yang and Zhu (2015), especially if the signal of the speculator is accurate.

[37] We do not consider the case where traders could also acquire only non-fundamental information, since the previous assumption of information specialization yet captures the effects of market segmentation between pure fundamentalists and pure non-fundamentalists.

Proposition 1.3.8 states that if $\sigma_\epsilon^2 = 0$ and $\sigma_z^2 = 0$, the number of traders informed about $\tilde{v}$ and the trading cost borne by noise traders are rigorously the same than under the assumption of information specialization. Consequently, the results previously obtained still prevail: introducing non-fundamental information reduces price informativeness and raises the trading cost borne by noise traders. The involved mechanism is close to the previous crowding out effect. Since speculators absorb a share of noise trading, opening access to non-fundamental information decreases the value of fundamental one. Therefore, less agents produce fundamental information at the equilibrium. Nevertheless, insiders who acquire non-fundamental information obtain a large profit on the back of pure fundamentalists, which justifies the extra cost c_{nf}. Said differently, there are less traders on the market than in absence of non-fundamental information because those who pay the extra fee to observe the demand from noise traders deter pure fundamentalists to enter the market.

To sum up, the fact that non-fundamental information is detrimental in a strategic setting with endogenous information acquisition does not depend on the assumption of information specialization. Yet, the latter is probably more realistic since many anecdotal evidences suggest that some agents focus on fundamental analysis (e.g., value or growth investors), while others specialize in short-term arbitrage activities (e.g., hedge funds using algorithmic strategies).[38]

1.4 An extension with "fast speculators" observing the forthcoming order flow

1.4.1 Model setup with fast speculators

Framework. The structure of the game is unchanged as well as the hypothesis of linear pricing and demand functions, and information specialization. The only exception is that there are now m "fast speculators" besides the n insiders, and that the demand from noise traders is now equal to $\tilde{u} = \tilde{u}_1 + \tilde{u}_2$ with $\tilde{u}_1 \sim \mathcal{N}(0, \alpha\sigma_u^2)$ and $\tilde{u}_2 \sim \mathcal{N}\Big(0, (1-\alpha)\sigma_u^2\Big)$ mutually independent.

Information. Each insider i still accesses to a fundamental signal $\tilde{s}_i$. However, we slightly modify the information set of speculators. We assume that they observe $\tilde{u}_1$ and trade just after insiders and noise traders, but before the demand of the latter attains the market. Consequently, speculators can submit their orders after having observed the aggregate demand from insiders and noise traders denoted by $\tilde{f}^-$. Hence, we use the terms fast or front-running speculators because as they observe $\tilde{f}^-$ they can forecast the demand

[38] Marmora and Rytchkov (2015) highlight that *some market participants (like mutual funds) gather mostly fundamental information about firms, whereas others (hedge funds) deal mostly with temporary market disbalances.*

from insiders before trading. Indeed, they are able to isolate a fraction of the demand from noise traders in $\tilde{f}^-$ in order to obtain information about $\tilde{v}$. Consequently, the ability of speculators to trade fast allows them to front-run insiders.[39]

This hypothesis allows to take into account the fact that non-fundamental information not only allows to correct mispricing due to demand shocks, but also improves price discovery i.e., helps to extract fundamental information from the price. The model is then very close to Madrigal (1996) and Yang and Zhu (2015), except that our speculators are front-runners instead of back-runners. An hypothesis that allows to simplify the analysis because there is only one period, and that is maybe closer to some aspects of the so-called high-frequency trading.[40]

Timeline. The timeline is very close to the previous section one. During the first period, some of the large number of potential traders decide whether to produce a fundamental signal $\tilde{s}_i$ against a cost c_f or to invest against a cost c_{nf} in fast —for instance algorithmic— technologies. The latter allow to forecast $\tilde{u}_1$ and to exploit information contained in the order flow faster than other market participants. During the second period, insiders and noise traders simultaneously submit market orders. We still denote $q_i = \Phi\tilde{s}_i$ the demand from insider $i \in N$. Also, we denote $\tilde{f}^-$ the aggregate demand from insiders and noise traders:

$$\begin{aligned}\tilde{f}^- &= \sum_{i\in N} q_i + \tilde{u} \\ &= \Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + \tilde{u}_1 + \tilde{u}_2.\end{aligned}$$

Just after that, fast traders observe $\tilde{f}^-$ and $\tilde{u}_1$ before $\tilde{f}^-$ is processed by the market maker. The coefficient α measures the precision of the information of speculators. For instance if $\alpha = 1$, they perfectly forecast $\tilde{u}$ which is then equal to $\tilde{u}_1$, and are thus able to isolate the demand from insiders in $\tilde{f}^-$. On the basis of their signal on noise trading and the information that they gather from $\tilde{f}^-$, fast speculators simultaneously submit market orders denoted by $d_k = \Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1) + \Psi_2\tilde{u}_1$ for all $k \in M$ in the beginning of the third

[39]Notice that one obtains the same result if one assumes that speculators submit limit orders i.e., orders that are conditioned on the market price. Indeed, limit orders allow to extract fundamental information from the price in the same way than fast speculators do. Hence, speaking about fast speculators in an heuristic.

[40]See footnote 29.

Period 1	Period 2	Period 3	Period 4
1.1 Price of the asset set to $\tilde{p}=0$. **1.2** Each insider i produces a fundamental signal $\tilde{s}_i$ and forecasts $\tilde{v}$. Each speculator k invests in non-fundamental (fast) trading technology.	**2.1** Insiders and noise traders simultaneously submit market orders q_i and $\tilde{u}=\tilde{u}_1+\tilde{u}_2$. Their aggregate demand is denoted by $\tilde{f}^-$. **2.2** Speculators estimate $\tilde{u}_1$ and observe $\tilde{f}^-$. Then they estimate $\tilde{v}$ and noise trading.	**3.1** Speculators submit their market orders d_k just before $\tilde{f}^-$ hits the market. **3.2** $\tilde{f}^-$ and speculators' orders hit the market. **3.3** Market maker receives this order flow $\tilde{f}$ and sets $\tilde{p}=\mathrm{E}(\tilde{v}\vert\tilde{f})$. **3.4** Market is cleared.	**4.1** Value of the asset $\tilde{v}$ publicly revealed and paid. **4.2** Insiders, speculators and noise traders consume: end of the game.

Figure 1.4: Timeline of the extended model with fast speculators.

period.[41] Then, the market maker receives the total aggregate order flow

$$
\begin{aligned}
\tilde{f} &= \tilde{f}^- + \sum_{k\in M} d_k \\
&= \tilde{f}^- + m\left[\Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1) + \Psi_2\tilde{u}_1\right] \\
&= (1+m\Psi_1)\left[\Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + \tilde{u}_2\right] + (1+m\Psi_2)\tilde{u}_1,
\end{aligned}
$$

and sets the price to its market efficiency level i.e., $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$. Finally, $\tilde{v}$ is publicly revealed and paid during the fourth and last period where payoffs are realized.

1.4.2 Market equilibrium with fast speculators

The equilibrium concept is still the Linear Bayesian Nash Equilibrium (LBNE).

Definition 1.4.1 (LBNE with fast speculators). *A LBNE with fast speculators is a quadruple* $(\Phi,\Psi_1,\Psi_2,\lambda)\in\mathbb{R}^4$ *with* $q_i=\Phi\tilde{s}_i$, $d_k=\Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)+\Psi_2\tilde{u}_1$ *and* $\tilde{p}=\lambda\tilde{f}$ *such that*

$$
q_i \in \arg\max_{q_i} \mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{s}_i\right], \qquad d_k \in \arg\max_{d_k} \mathbb{E}\left[d_k(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{f}^-,\tilde{u}_1\right] \qquad \textit{and} \qquad \tilde{p}=\mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f}).
$$

[41] They subtract $\tilde{u}_1$ from $\tilde{f}^-$ in order to forecast the demand from insiders and the fraction of noise trading $\tilde{u}_2$ that they do not observe directly.

Proposition 1.4.1. *The LBNE with fast speculators solves the following system where* $\lambda > 0$ *and* $\Psi_1 \geq 0$*:*

$$\Phi = \frac{1}{\lambda(1+m\Psi_1)} \frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}, \qquad \Psi_1 = \frac{1}{\lambda(m+1)} \left(\frac{\Phi n \sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2} - 1 \right),$$

$$\Psi_2 = -\frac{1}{m+1}, \qquad \lambda = \frac{(1+m\Psi_1)\Phi n \sigma_v^2}{(1+m\Psi_1)\left[\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2\right] + \frac{\alpha\sigma_u^2}{(m+1)^2}}.$$

Proof. In appendix A.9. □

It is not possible to solve analytically this system. However, it is possible to conduct some analysis thanks to these values. We now turn to the analysis of market properties when information acquisition is exogenous.

1.4.3 Market properties with fast speculators when n and m are exogenously given

Observing $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ offers both fundamental information about $\tilde{v}$ and non-fundamental information about $\tilde{u}_2$.[42] As in the previous section, fast speculators arbitrage the forthcoming noise trading. An activity represented in d_k by the term $\Psi_2\tilde{u}_1$ and by the term -1 in $\Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$. In addition, fast speculators trade on the basis of their forecast of $\tilde{v}$. An activity represented in d_k by the first term in $\Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$. This dual activity allows to better understand Ψ_1. For instance, observing that $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ is positive might imply that $\tilde{v}$ is positive and thus that fast speculators should buy the asset.[43] In the meanwhile, observing that $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ is positive might uncover a positive supply shock i.e., $\tilde{u}_2 > 0$ meaning that they should sell the asset.[44] Nevertheless, speculators always trade in the direction of $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ since one can obtain that $\Psi_1 \geq 0$. Now, notice that although speculators compete with insiders for the use of fundamental information, their activity does not improve price informativeness.

Proposition 1.4.2. *For n and m exogenously given, price informativeness in presence of fast speculators is equal to*

$$\text{Eff}(\tilde{p}) = \frac{n\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

Hence, price informativeness is not affected by the presence of fast speculators when information acquisition is exogenous.

Proof. In appendix A.10. □

[42] The component of $\tilde{u}$ that speculators do not directly observe.
[43] The first part of Ψ_1.
[44] The second part of Ψ_1.

It is yet known that price informativeness does not depend on the volume of noise trading. As a result, the component of the demand from speculators that is based on non-fundamental information —$\Psi_2\tilde{u}_1$ and the second part of $\Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$— has no beneficial effect on price informativeness. However, speculators also observe a signal on the aggregate demand from insiders contained in $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ and thus on $\tilde{v}$. Especially, this signal might be very accurate as compared to the one observed by each insider equal to $\tilde{s}_i = \tilde{v} + \tilde{\epsilon}_i$. For instance, assume that σ_ϵ^2 and n are large and that $\alpha = 1$. Speculators then observe $\Phi(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i)$ which is informationally equivalent to $\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i/n$: a signal much more precise than $\tilde{v} + \tilde{\epsilon}_i$ if n and σ_ϵ^2 are large. However, even if they benefit from the ability to better predict $\tilde{v}$ than other market participants, proposition 1.4.2 states that speculators do not improve price informativeness.

To understand it, remind that they trade after insiders who are thus leaders in the sense of Stackelberg. Hence, insiders adapt their behavior in order to preserve the value of their (fundamental) information. In models *à la* Kyle (1985), the value of fundamental information negatively depends on the ability of the market maker to forecast $\tilde{v}$ thanks to $\tilde{f}$. Anticipating that speculators' activity amplifies the weight of their demand in $\tilde{f}$ by a coefficient $1+m\Psi_1$, insiders reduce their trades by an equal coefficient. Indeed, one can see that $1 + m\Psi_1$ is at the denominator of Φ. As a result, the "coefficient of exploitation" of fundamental information and thus price informativeness are unchanged. Said differently, insiders act as if speculators were non-competitive better informed market makers, and thus trade more cautiously. Consequently, the first part of speculators' demand appears very similar to pure front-running: they submit orders in the direction of the forthcoming demand —recall that $\Psi_1 \geq 0$— without improving its informativeness. Rewriting the order flow casts a light on this point:

$$\begin{aligned}\tilde{f} &= (1 + m\Psi_1)\left[\Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + \tilde{u}_1\right] + (1 + m\Psi_2)\tilde{u}_2 \\ &= \frac{1}{\lambda}\frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + (1 + m\Psi_1)\tilde{u}_1 + (1 + m\Psi_2)\tilde{u}_2.\end{aligned}$$

Notice that in absence of speculators, the optimal order of an insider is equal to

$$\Phi' = \frac{1}{\lambda'}\frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

Hence in presence of fast speculators, the only point that changes in the weight of insiders' information in $\tilde{f}$ is the replacement of λ' by λ in Φ. This difference stems from the fact that since the net amount of noise trading is smaller in presence of speculators, market liquidity is tighter. Consequently, there is no substantial differences in $\tilde{f}$ as compared to the reference case where speculators purely arbitrage noise trading. Speculators do not boost the use of fundamental information but only monopolize a fraction of its use by insiders. Said differently, insiders and speculators share the use of fundamental information. Hence as in the previous section, the only effect of speculators on the aggregate demand is to reduce the net amount of noise trading. Price efficiency being independent from the latter, the result that speculators do not improve price informativeness, even if they trade after insiders, directly follows.[45]

Insiders' and fast speculators' profits. The above remarks do not mean that speculators do not earn money on the basis of fundamental information (on which they free ride). On the contrary, they monopolize a fraction of the trading gains of insiders not only by absorbing a fraction of noise trading —which reduces fundamental information value— but also by front-running the orders of insiders who are thus constrained to reduce their demand. Said differently, insiders share with speculators a smaller cake: the value of fundamental information. More precisely, speculators monopolize the profit of insiders in two distinct ways. Firstly, they absorb a fraction of the demand from noise traders in the same way than in the previous section. Secondly, since they front-run on the basis of the information of insiders, the latter must trade a smaller quantity than the optimal one (remind that they reduce their optimal demand by a factor $1 + m\Psi_1$). The following table depicts the equilibrium trading coefficients for different levels of α, for $\sigma_v^2 = 1, \sigma_\epsilon^2 = 5, \sigma_u^2 = 1, n = 10$ and $m = 2$.[46]

α	Φ	Ψ_1	Ψ_2	λ
0	0.129	0	-0.333	0.368
0.2	0.117	0.007	-0.333	0.400
0.4	0.103	0.019	-0.333	0.443
0.6	0.087	0.040	-0.333	0.505
0.8	0.066	0.087	-0.333	0.610
1	0.008	2	-0.333	1.106

One can see that the trading intensity Φ of insiders is logically decreasing in α. For $\alpha = 0$ speculators have no more information than the market maker. Thus, they do not trade ($\Psi_2 \neq 0$ but $\tilde{u}_1 = 0$ when $\alpha = 0$). For larger values of α speculators intensify their use of the signal $(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)$ i.e., Ψ_1 increases. Indeed, speculators obtain a better signal on the demand from insiders who must reduce their orders in turn i.e., Φ falls. Moreover, the liquidity worsens in the meanwhile i.e., λ rises. Indeed, the more accurate is the information of speculators —the larger is α— the larger is the amount of noise trading that they absorb. It is easier to understand these coefficients by looking precisely at the demand from speculators. Recall that $d_k = \Psi_1 \left[\Phi(n\tilde{v} + \sum_{i\in N} \tilde{\epsilon}_i) + \tilde{u}_2\right] + \Psi_2 \tilde{u}_1$. If $\alpha = 0$ then $\tilde{u}_1 = 0$ and thus $\Psi_2 \tilde{u}_1 = 0$ while $\Psi_1 = 0$: the speculator does not trade. Now assume

[45] Rewriting $\tilde{f}$ also allows to better understand why the weight of fundamental information in $\tilde{f}$, and thus $\text{Eff}(\tilde{p})$, are independent from the amount of noise trading. Reducing the latter worsens adverse selection and, consequently, λ raises. As a result, insiders reduce their orders to maintain the optimal weight of fundamental information in $\tilde{f}$.

[46] The results are qualitatively the same for others numerical calibrations.

that $\alpha = 1$. Then $\tilde{u}_2 = 0$ and $\tilde{u} = \tilde{u}_1$. Thus $d_k = \Psi_1(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\epsilon_i) + \Psi_2\tilde{u}$. In this case, Ψ_1 is much higher since the first part of the demand of the speculator is only based on fundamental information, and thus does not include a noisy component that requires to be canceled. Concerning the second part of d_k, it is always based on non-fundamental information and is thus purely contrarian ($\Psi_2 < 0$). Of course although $\Psi_2 = -\frac{1}{m+1}$ is constant, the absolute value of $\Psi_2\tilde{u}_1$ is larger on average if $\alpha = 1$ because the variance of $\tilde{u}_1$ is then larger.

Now, we can comment Figures 1.5 and 1.6. These figures depict the gains of the traders and the transaction cost borne by noise traders for different values of α. First, Figure 1.5 shows that the trading cost borne by noise traders is minimized for an intermediate level of information precision. Indeed if $\alpha = 1$, one can compute analytically the noise traders' trading cost and record that it is the same than in absence of speculators:

$$\begin{aligned} L &= \lambda\left[(1+m\Psi_1)(1-\alpha)\sigma_u^2 + (1+m\Psi_2)\alpha\sigma_u^2\right] \qquad (1.2)\\ &= \frac{\sigma_v^2\sqrt{n\sigma_u^2(\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)}}{(n+1)\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2} \quad \text{if } \alpha = 0 \text{ or } \alpha = 1. \end{aligned}$$

However for intermediate values of α, L appears smaller. This remark is reminiscent to the observations in section 1.2 where the trading cost borne by noise traders has the same behavior: it is reduced when speculators access to information of intermediate quality, whereas it is unchanged if their information is perfect, because their negative impact on liquidity cancels their beneficial impact. Consider now the profit of insiders. When α increases they must trade a smaller quantity than the optimal one —they save the value of their (fundamental) information— which implies that their profit per *capita* given by

$$\pi_f = \Phi\sigma_v^2\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{(n+1)\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}, \qquad (1.3)$$

decreases. On the contrary, the profit per speculator given by

$$\begin{aligned} \pi_{nf} =& \Psi_1\left(\frac{\Phi n\sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)+(1-\alpha)\sigma_u^2} - \lambda(1+m\Psi 1)\right)\left[\Phi^2 n(n\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)+(1-\alpha)\sigma_u^2\right]\\ &- \lambda\Psi_2(1+m\Psi 2)\alpha\sigma_u^2 \qquad (1.4) \end{aligned}$$

increases in α as it is explained above. Indeed, increasing α improves their forecasts of $\tilde{v}$ and $\tilde{u}$.[47] It is also interesting to decompose the profit of insiders and speculators. The bold line in Figure 1.6 depicts the total profit earned (directly) on the basis of fundamental information by insiders, and (partly) on the basis of fundamental information by speculators.[48] The bold line is thus defined by the sum of the first part of the profit of speculators

[47] In the limiting case where $\alpha = 1$ they perfectly observe the demand from insiders and $\tilde{u} = \tilde{u}_1$.

[48] Remind that the first part of speculators demand also depends on $\tilde{u}_2$ and is thus partly contrarian.

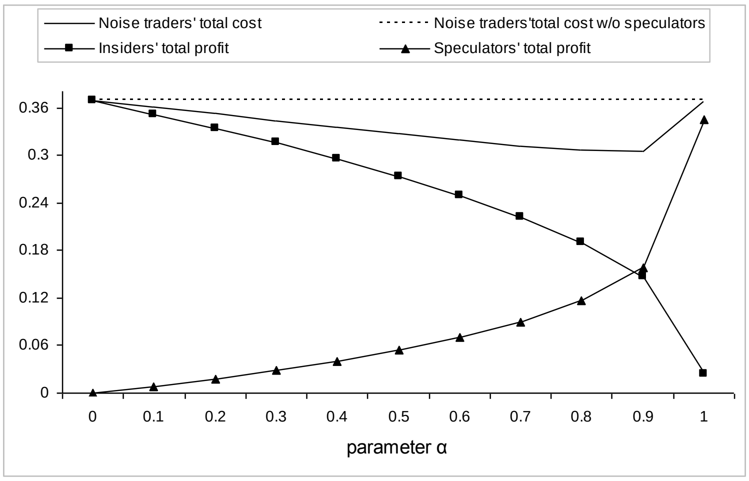


Figure 1.5: This figure depicts the trading cost borne by noise traders in presence (thin line) and in absence (dotted line) of speculators and the profit earned by insiders (line with squares) and by fast speculators (line with triangles) with respect to α for $n = 10$ and $m = 2$ exogenously given. Other parameters values are $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 5$. The trading cost borne by noise traders is minimized for an intermediate value of non-fundamental information precision α. Raising α raises speculators' profit on the back of insiders.

plus the profit of insiders:

$$m\Psi_1 \left(\frac{\Phi n \sigma_v^2}{\Phi^2 n (n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2} - \lambda(1 + m\Psi 1) \right) \left[\Phi^2 n (n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2 \right]$$
$$+ n\Phi\sigma_v^2 \frac{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

One can see that this amount deteriorates as α rises. Indeed, speculators absorb a larger fraction of noise trading, which reduces the value of fundamental information. Notice that the value of fundamental information is only reduced by this way since the presence of speculators has no effect on its "intensity of use": as argued earlier the presence of fast speculators does not increase competition on fundamental information, contrary to the back-runner in Madrigal (1996) and Yang and Zhu (2015) who draws back fundamental information from the price history, but does not engage in front-running.

A comparison with Li (2014). These results highlight the very detrimental role of front-runners. They levy a tax on the profit of insiders whereas they do not improve price efficiency. However, they have a beneficial effect on the transaction cost borne by noise traders in our setting because they forecast their demand and thus absorb a fraction of the latter. In a close setting, Li (2014) assumes that fast traders observe $\tilde{f}^-$ without being able to forecast the demand from noise traders. Hence, it corresponds to $\alpha = 0$

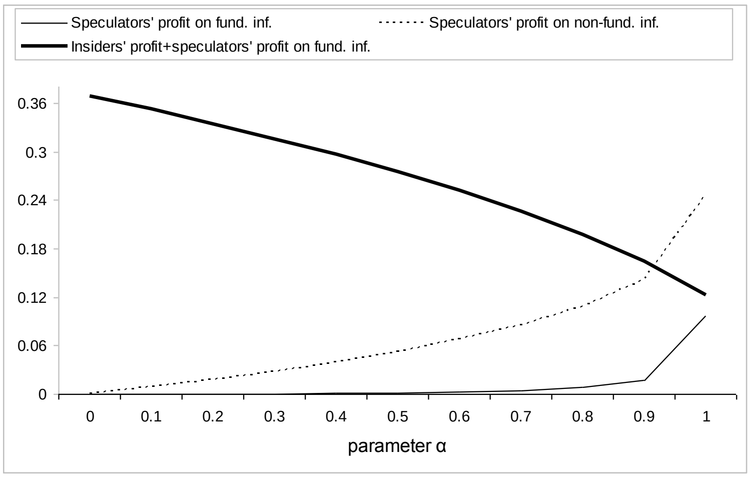


Figure 1.6: This figure depicts a decomposition of the total gain of fast speculators between the profit that they make on the basis of the fundamental information that they draw-back from the order flow (thin line), and the profit that they make on the basis of their non-fundamental information (dotted line) with respect to α. The total profit made by insiders and speculators on the basis of fundamental information is also depicted (bold line). Other parameters values are $n = 10$, $m = 2$, $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 5$. Speculators mainly earn money on the basis of non-fundamental information and, if the latter is sufficiently accurate, on the basis of the fundamental information they they isolate from the aggregate order flow. The more accurate is fast speculators' non-fundamental information —the larger is α— the smaller is the value of fundamental information because the net amount of noise is then lower.

in our setting. As a result, they have no informational advantage on the market maker. However, Li assumes that they can trade just before $\tilde{f}^-$ hits the market, and revert their order when $\tilde{f}^-$ hits the market. Hence, they engage in pure front-running. For instance if $\tilde{f}^- > 0$, they anticipate that $\tilde{p}$ will raise in the very short run and thus buy the asset very quickly, before reselling it once the price has increased. Li (2014) shows that this activity unambiguously deteriorates the market by harming price informativeness and the welfare of noise traders. We obtain a mixed result since our speculators also absorb a share of the demand from noise traders, which reduces their price impact. Hence, we capture the beneficial effect sometime invoked by high-frequency traders: they provide liquidity to the market. More precisely, they offer counterparts to uninformed demand shocks. However, as in the previous section, market quality might unambiguously deteriorates once information acquisition is endogenous, which may be viewed as a structural effect.

1.4.4 Market properties with fast speculators and endogenous information acquisition

The definition of the Information Production Equilibrium (IPE) is the same than in definition 1.3.3 except that π_f, π_{nf} and L are now respectively given by equations (1.3), (1.4) and (1.2) in absence ($\alpha = 0$) or in presence ($\alpha > 0$) of non-fundamental information. Since it is not possible to obtain analytic results except for $\alpha = 1$ (a case considered latter on) we use simple notations and provide numerical examples.

Numerical example 1: Let $\sigma_v^2 = 1$, $\sigma_u^2 = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 5$. Assume first that $\alpha = 0$ —there is no speculator— and $n = 10$. One obtains $\pi_{nf} = 0.036$ and thus $L = 0.36$. Assuming that $c_f = 0.036$, the latter situation corresponds to the IPE in absence of speculators. Now, assume that $\alpha = 0.8$ and $m = 1$. Keeping $n = 10$ one obtains $\pi_f = 0.021$ and $L = 0.34$. Accordingly to the previous remarks, the speculator monopolizes a fraction of the gains of insiders and reduces the trading cost borne by noise traders. However, this is not an equilibrium since $\pi_f < c_f = 0.036$. Hence, some insiders leave the market and for $n = 5.5$ one obtains $\pi_f = 0.036 (= c_f)$, $\pi_{nf} = 0.116$ and $L = 0.318$. Then, it remains to assume that $c_{nf} = 0.116$ and the latter case is IPE. Almost half of the insiders have leaved the market after the entry of the speculator: a detrimental consequence for price informativeness. Nevertheless, the trading cost borne by noise traders has fallen in two ways. Firstly, because the speculator absorbs a share of their demand, which reduces their price impact (notice that L decreases after the entry of the speculator but before the exit of insiders). Secondly, because the fall in the number of insiders reduces adverse selection since the information of insiders is noisy since $\sigma_\epsilon^2 = 5$ (L decreases a second time after the eviction of insiders).[49]

[49] We explained in subsection 1.3.2 the conditions under which a fall in n benefits or harms noise traders.

Numerical example 2: Now let $\sigma_v^2 = 1$, $\sigma_u^2 = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0.5$. We still assume that $n = 10$. Then if $\alpha = 0$ one obtains $\pi_f = 0.0322$ and $L = 0.322$. Assuming that $c_f = 0.322$ the equilibrium number of insiders in absence of non-fundamental information is thus equal to 10. Then assuming $\alpha = 0.8$ and $m = 1$ one obtains $\pi_f = 0.019$ and $L = 0.302$. Since $\pi_f < c_f$ the number of insiders must fall. For $n = 6.82$ one obtains $\pi_f = 0.0322 (= c_f)$, $\pi_{nf} = 0.118$ and $L = 0.338$. Assuming that $c_{nf} = 0.118$ ensures that it is an IPE. One can see that the trading cost borne by noise traders has slightly risen (by 4.5%). Indeed, contrary to the previous example, the fall in the number of insiders has now a detrimental effect on adverse selection since it mainly softens competition among insiders (see footnote 49). Of course, the entry of speculators can have a much more negative effect on the welfare of noise traders if $\sigma_\epsilon^2 = 0$, especially if $\alpha = 1$. A case investigated in the next subsection.

Summary of the numerical examples. To sum up, these results are in phase with those obtained in the previous section, although speculators now observe in addition the aggregate forthcoming demand from insiders and noise traders. Indeed, opening access to non-fundamental information can still have a mixed impact: price informativeness weakens whereas the welfare of noise traders improves. However, if fundamental and non-fundamental information is accurate, the entry of speculators harms the welfare of noise traders. Indeed under this assumption, the fall in the number of insiders mainly decreases competition on fundamental information, as it is explained in subsection 1.3.2. Thus, adverse selection rises as well as the trading cost borne by noise traders.

1.4.4.1 Market properties with information acquisition for $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$

Now we assume that $\alpha = 1$. It dramatically simplifies the regression problem of speculators $\mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f}^-, \tilde{u}_1)$ and thus the analysis. To simplify matters, we also assume that $\sigma_\epsilon^2 = 0$, the effect of this parameter being well understood now.[50] Hence, speculators perfectly forecast the demand from noise traders. Consequently, they can isolate the demand from insiders and thus observe $\tilde{v}$. However, this case is different from the situation investigated in subsection 1.3.3 whereas in both cases speculators observe $\tilde{v}$ and $\tilde{u}$. Indeed, they now play after insiders. Hence, the outcome is very different because insiders are leaders in the sense of Stackelberg, and thus play a very different strategy than the one adopted by pure insiders in subsection 1.3.3.

Corollary 1.4.1. *If $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$ the LBNE with fast speculators given in proposition 1.4.1 simplifies to*

$$\Phi = \frac{(n-m)\sigma_u}{(m+1)n\sqrt{n}\sigma_v}, \quad \lambda = \frac{(m+1)\sqrt{n}}{n+1}\frac{\sigma_v}{\sigma_u}, \quad \Psi_1 = \frac{1}{n-m} \quad \textit{and} \quad \Psi_2 = -\frac{1}{m+1}.$$

[50] Remind that this assumption implies that any fall in the number of speculators is detrimental to adverse selection, as it is explained in subsection 1.3.2.

The profit per insider and per speculator, the trading cost borne by noise traders and price informativeness are then respectively given by

$$\pi_f = \frac{(n-m)\sigma_v\sigma_u}{(m+1)(n+1)n\sqrt{n}}, \qquad \pi_{nf} = \frac{\sigma_v\sigma_u}{(m+1)\sqrt{n}}, \qquad L = \frac{\sqrt{n}\sigma_v\sigma_u}{n+1} \quad \textit{and} \quad \mathrm{Eff}(\tilde{p}) = \frac{n}{n+1}.$$

The IPE solves the following system

$$c_f n^2 + (c_f - c_{nf})n + c_{nf}m = 0, \qquad m = \frac{\sigma_v\sigma_u}{\sqrt{n}}\frac{1}{c_{nf}} - 1.$$

Proof. In appendix A.11. □

First of all, one must ensure that $n > m \geq 1$ and thus must appropriately choose c_f and c_{nf}. Once again, we will assume that this condition always holds. Interestingly, notice that the trading cost borne by noise traders does not depend on m but only on n.[51] Hence, the result that speculators have no effect on the welfare of noise traders when the former are perfectly informed (proposition 1.2.8) still pertains whereas speculators are now front-runners. A result yet analytically observed and discussed above in the case where $\alpha = 1$.

Notice also that L is inversely related to n.[52] Indeed, remind that since $\sigma_\epsilon^2 = 0$ any fall in n solely weakens competition among insiders. Insiders' profit being decreasing in m, it directly follows that the equilibrium number of insiders will be smaller if $m \geq 1$ rather than if $m = 0$ i.e., rather than if non-fundamental information were unavailable. Consequently if $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$, opening access to non-fundamental information —introducing fast speculators— increases the trading cost borne by noise traders and decreases price informativeness.[53]

Proposition 1.4.3. *Let $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$. At the IPE the presence of fast speculators increases the trading cost borne by noise traders and weakens price informativeness.*

More interestingly, the system characterizing the IPE admits two solutions: (n^*, m^*) and (n^{**}, m^{**}) with $n^* > n^{**}$ and thus $m^* < m^{**}$. The equilibrium multiplicity comes from the fact that information production is a simultaneous game where anticipations matter. To understand it, one must rewrite the equilibrium condition $\pi_f = c_f$ and $\pi_{nf} = c_{nf}$ that yields the last system in corollary 1.4.1:

$$\frac{(n-m)\sigma_v\sigma_u}{(m+1)(n+1)n\sqrt{n}} = c_f, \qquad \frac{\sigma_v\sigma_u}{(m+1)\sqrt{n}} = c_{nf}.$$

Now, assume that agents anticipate that n will be large i.e., that a large number of players will produce fundamental information. The value of non-fundamental information will

[51] However, the equilibrium number of insiders depends on c_{nf} and thus on m.

[52] One can easily see that $\frac{\partial}{\partial n}\frac{\sqrt{n}\sigma_v\sigma_u}{n+1} = -\frac{(n-1)\sigma_u}{2\sqrt{n}(n+1)^2} < 0$.

[53] $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ being positively related to n.

then be low. Indeed, insiders will competitively exploit their information which will imply a low λ. As a result, the mispricing due to noise traders will be low as well as speculators' gains. Hence, anticipating a large n conduct few players to acquire non-fundamental information, and thus numerous players to acquire fundamental information because π_f is inversely related to m. For the same reasons, if players anticipate that n will be small they will prefer to acquire non-fundamental information. As a result, few players will effectively acquire non-fundamental information. In both cases, beliefs are self-fulfilling which explains the multiplicity of equilibria. Notice that this multiplicity also arises when $\sigma_\epsilon^2 \neq 0$ prevailing that $\alpha = 1$. Thus, the equilibrium multiplicity arises as long as non-fundamental information is very accurate.

Proposition 1.4.4. *Let $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$. In presence of fast speculators there are two IPE (n^*, m^*) and (n^{**}, m^{**}) that can be ranked in term of welfare. Indeed $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p}) > \mathrm{Eff}^{**}(\tilde{p})$ and $L^* < L^{**}$ since $n^* > n^{**}$. Social welfare is thus unambiguously higher in the first equilibrium.*

Proof. In appendix A.11. $\square$

In the first equilibrium where the number of insiders is larger, price informativeness is higher and the trading cost borne by noise traders is smaller: market conditions are thus unambiguously better than in the second IPE. To make this clearer, we provide a numerical example. Let $\sigma_v^2 = 1$, $\sigma_u^2 = 1$, $c_f = 0.001$ and $c_{nf} = 0.05$. Then $n^* = 47$ and $m^* = 1.9$ whereas $n^{**} = 7.6$ and $m^{**} = 6.3$. In the first equilibrium $L^* = 0.142$ whereas $L^{**} = 0.323$ in the second. Moreover, $\mathrm{Eff}^*(\tilde{p}) = 0.98$ in the first equilibrium whereas $\mathrm{Eff}^{**}(\tilde{p}) = 0.88$ in the second. Market conditions are thus unambiguously worst in the second equilibrium.

Discussion on equilibrium multiplicity. Whereas the scope of this result is mainly theoretical, it highlights that non-fundamental information is a source of instability. Especially, it suggests that a frenzy on non-fundamental information can occur (second equilibrium). A frenzy due to the fact that non-fundamental information value π_{nf} is inversely related to the number of insiders n while n is itself inversely related to the number of speculators m, which suggests strategic complements. Hence, either there are numerous insiders and few speculators (first IPE), or few insiders and numerous speculators (second IPE with frenzy). Indeed if insiders are few, they exert a weak competition, which improve the the value of non-fundamental information (this latter is inversely related to the intensity of competition among insiders). This observation is linked to the studies that highlight that equilibrium multiplicity can arise in presence of non-fundamental information (see the literature review). It is also related to the studies where some properties of the market are imperfectly known.[54] Here, agents are unaware about the number of other agents who invest in fundamental information. Thus if they anticipate that they will be few, non-fundamental information appears more beneficial, and the second (bad) equilibrium arises.

[54] For instance the number of other informed traders (see the literature review).

To sum up, when $\alpha = 1$ and $\sigma_\epsilon^2 = 0$ the presence of non-fundamental information is not only detrimental *per se* —L is higher and $\text{Eff}(\tilde{p})$ is lower than in its absence, even in the best equilibrium— it is also detrimental since it is a cause of instability i.e., of equilibrium multiplicity.

Summary of the section. This section demonstrates that fast speculators might strongly deteriorate the market when endogenous information is considered. The results are thus analogous to those obtained in the basic model considered in section 1.3 despite the fact that fast speculators compete with insiders for the use of fundamental information.

1.5 Conclusion

In this paper, we investigate the structural effect of non-fundamental trading in a model *à la* Kyle (1985). To do so, we consider an endogenous process of information acquisition in presence of both fundamental and non-fundamental information. Fundamental information is related to the long-term value of the traded asset whereas non-fundamental information is related to the forthcoming demand from noise traders (transitory uninformed demand). The availability of non-fundamental information produces a crowding out effect: since non-fundamental trading lowers the value of fundamental information, the equilibrium number of fundamental traders decreases. Consequently, price informativeness reduces. Also, the trading cost borne by noise traders rises if the fall in the number of fundamental traders strongly decreases competition among them. As a result, opening access to non-fundamental information can be detrimental from a social welfare point of view.

Then, we provide a direct extension where non-fundamental traders observe in addition the aggregate demand from fundamental and noise traders before trading. This speed advantage allows speculators to draw back fundamental information from the order flow thanks to their signal on noise trading. Nevertheless, the results of the basic setting still pertain: opening access to non-fundamental information produces a crowding out effect and, whereas non-fundamental traders compete now with fundamental traders for the use of fundamental information, price informativeness decreases and the trading cost borne by noise traders eventually rises. In this setting, it is only possible to obtain analytic results if non-fundamental information is perfect. Under this assumption, there are two equilibria: a good equilibrium with many fundamental traders and few non-fundamental traders, and inversely a bad equilibrium with few fundamental traders and many non-fundamental ones.

The main conclusion of the paper is that whereas non-fundamental information appears beneficial in some contexts —especially in models *à la* Grossman and Stiglitz (1980) where investors are risk adverse and submit limit orders— it appears detrimental in a basic Kyle' (1985) model once information acquisition is endogenous. Indeed, opening access to non-fundamental information weakens price informativeness and eventually raises the trading cost borne by noise traders (especially if non-fundamental information is accurate).

In the paper, we have assumed that non-fundamental information is related to noise trading. An interesting extension of the model consists in considering endogenous information acquisition when non-fundamental information is related to other aspects of the market. A recent literature considers the problem of rumors. In this setting, a rumor corresponds to a common bias —for instance a common noisy component— in the signals of insiders. It might be interesting to consider the opportunity for speculators to acquire information about this common bias i.e., to produce information related to the rumor itself. We hope to deal with this issue in a future paper.

References for chapter 1

ADMATI A., PFLEIDERER P., A theory of intraday patterns: volume and price variability, *Review of Financial Studies*, 1(1), 1988, 3-40.

AVDIS E., Information Trade-offs in Dynamic Financial Markets, Working paper, University of Alberta , 2014.

BAI J., PHILIPPON T., SANOV A., Have Financial Markets Become More Informative?, Working paper, Stern School of Business, New-York University, 2014.

BANERJEE S., DAVIS J., GONDHI N., When Transparency Improves, Must Prices Reflect Fundamentals Better?, Working paper, Kellogg School of Management, Northwestern University, 2014.

BANERJEE S., GREEN B. S., Signal or Noise? Uncertainty and Learning about Whether Other Traders are Informed, 2015, *Journal of Financial Economics*, forthcoming.

BLOOMFIELD R. J., O'HARA M., SAAR G., How Noise Trading Affects Markets: An Experimental Analysis, *Review of Financial Studies*, 22(6), 2009, 2275-2302.

CHEYNEL E., LEVINE C. B., Analysts' Sale and Distribution of Non-Fundamental Information, *Review of Accounting Studies*, 17(2), 2012, 352-388.

COCHRANE J., Finance: Function Matters, Not Size, *Journal of Economic Perspectives*, 27(2), 2013, 29-50.

COLLA P., MELE A., Information Linkages and Correlated Trading, *Review of Financial Studies*, 23(1), 2010, 203-246.

COLLIARD J.-E., Catching Falling Knives: Speculating on Market Overreaction, Working paper, European Central Bank, Financial Research Division, 2014.

DEWATRIPONT M., TIROLE J., Modes of Communication, *Journal of Political Economy*, 113(6), 1985, 1217-1238.

GANGULI J. V., YANG L., Complementarities, Multiplicity, and Supply Information, *Journal of the European Economic Association*, 7(1), 2009, 90-115.

GAO F., SONG F., WANG J., Rational Expectations Equilibrium with Uncertain Proportion of Informed Traders , *Journal of Financial Markets*, 16(3), 2013, 387-413.

GLOSTEN L. R., MILGROM P. R., Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders, *Journal of Financial Economics*, 14(1), 1985, 71-100.

GOLDSTEIN I., YANG L., Information Diversity and Complementarities in Trading and Information Acquisition, 2015, *Journal of Finance*, forthcoming.

GROSSMAN S. J., STIGLITZ J. E., On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, *American Economic Review*, 70(3), 1980, 393-408.

HAN B., TANG Y., YANG L., Public Information and Uninformed Trading: Implications for Market Liquidity and Efficiency, Working paper, Rotman School of Management, University of Toronto, 2014.

HONG H., RADY S., Strategic Trading and Learning about Liquidity, *Journal of Financial Markets*, 5(4), 2002, p. 419-450.

KYLE A. S., Continuous Auctions and Insider Trading, *Econometrica*, 53(6), 1985, 1315-1336.

LAMBERT N. S., OSTROVSKY M., PANOV M., Strategic Trading in Informationally Complex Environments, Working paper, Stanford Graduate School of Business, 2015.

LEE S., Market Liquidity, Active Investment, and Markets for Information, Working paper, Stern School of Business, New-York University, 2013.

LI W., High Frequency Trading with Speed Hierarchies, Working papers, Johns Hopkins University, 2014.

FOUCAULT T., LESCOURRET L., Information sharing, liquidity and transaction costs in floor-based trading systems, *Finance*, 24(1), 2003, 45-78.

MADRIGAL V., Non-Fundamental Speculation, *Journal of Finance*, 51(2), 1996, 553-578.

MARMORA P., RYTCHKOV O., Learning about Noise, Working paper, Temple University, 2015.

MILGROM P., STOKEY N., Information, Trade and Common Knowledge, *Journal of Economic Theory*, 21(1), 1982, 2252-2280.

SCHMIDT D., Stock Market Rumors and Credibility, Working paper, HEC Paris, 2015.

SPIEGEL M., SUBRAHMANYAM A., Informed Speculation and Hedging in a Noncompetitive Securities Market, *Review of Financial Studies*, 5(2), 1992, 307-329.

VIVES X., *Information and Learning in Markets: The impact of Market Microstructure*, Princeton University Press, 2008.

YANG L., ZHU H., Back-Running: Seeking and Hiding Fundamental Information in Order Flows, Working paper, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, 2015.

YU F., What is the Value of Knowing Uninformed Trades?, *Economics Letters*, 64(1), 1999, 87-98.

2 Répartition de l'information dans un réseau, profit spéculatif et partage du risque

2.1 Introduction

La diffusion de l'information financière dépend de nombreux facteurs : intensité des interactions sociales entre les investisseurs, barrières culturelles et géographiques, contraintes technologiques, offre d'analyses et de médias d'information, communication des firmes ou des autorités (signaux publics). Sa pénétration parmi les investisseurs est donc susceptible d'évoluer. Dés lors, quelles sont les conséquences d'une meilleure diffusion de l'information ? L'analogie avec un réseau permet de répondre à cette question. En effet, considérons des spéculateurs qui détiennent une estimation de la valeur d'un actif, et qui sont reliés les uns aux autres par le biais du réseau. Admettons alors que chacun partage son estimation avec les agents auxquels il est relié. Cette hypothèse formalise l'effet d'une meilleure répartition de l'information puisque les spéculateurs accèdent à davantage de données qui, dès lors, deviennent semi-publiques : un cadre intermédiaire entre l'hypothèse d'information privée et celle d'information publique[1].

Sur cette base, Colla et Mele (2010) intègrent un réseau cyclique dans un modèle de marché financier en concurrence imparfaite à la Kyle (1985). En matière de bien-être, ils montrent que cette hypothèse n'améliore le profit spéculatif que si les signaux partagés sont « complémentaires », *i.e.* les partager permet aux spéculateurs d'améliorer fortement leur estimation de la valeur de l'actif. En effet, le partage d'information les conduit aussi à se livrer à une concurrence accrue pour exploiter l'opportunité d'arbitrage[2]. L'effet net du réseau en matière de bien-être social demeure toutefois ambigu dans leur modèle puisque le profit spéculatif a pour contrepartie les pertes de « *noise traders* » dont la demande est

[1] Voir Vives (2008) pour une présentation des principaux modèles de microstructure ainsi que Froot *et al.* (1992), Brunnermeier (2005) ou Gao (2008) pour des modèles avec information publique.

[2] Les spéculateurs exploitent de façon concurrentielle les signaux qui sont partagés pour en monopoliser la plus grande part de la valeur. Ce comportement dégrade la valeur de ces informations en les révélant au reste du marché.

purement aléatoire[3]. Pour évaluer l'effet net d'une meilleure répartition de l'information – l'introduction du réseau – il faut donc rendre endogène le comportement de tous les agents[4].

Apports de l'article. Dans cet article, nous conservons les hypothèses de Colla et Mele (2010) en rendant endogène la demande des *noise traders*. Pour cela, nous les remplaçons par des « *hedgers* » à la Spiegel et Subrahmanyam (1992). Il s'agit d'agents non informés qui échangent dans un pur objectif de partage de risque, ce qui permet d'évaluer l'effet du réseau d'après deux critères : le profit spéculatif qui rémunère l'acquisition d'information ; l'espérance d'utilité des *hedgers* qui mesure le rôle de partage de risque du marché. Comme dans le modèle de Colla et Mele, l'introduction du réseau améliore l'efficience informationnelle du prix du titre. En outre, elle améliore simultanément le bien-être des spéculateurs et des *hedgers* pour certaines valeurs des paramètres exogènes. Ce résultat démontre qu'une meilleure répartition des signaux dispersés peut simultanément améliorer le bien-être de tous les agents, ainsi que l'efficience informationnelle du prix du titre. Une conclusion originale qu'il n'est pas possible d'obtenir dans le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992) où seule la précision des signaux est paramétrable, et *a fortiori* dans le modèle de Kyle et donc de Colla et Mele. Paradoxalement, ce résultat apparaît lorsque le durcissement de la concurrence entre les spéculateurs réduit fortement la sélection adverse sur le marché[5]. En effet, les *hedgers* renforcent alors avec bénéfice leur activité, ce qui offre en compensation plus de contreparties aux ordres des spéculateurs. Toutefois, pour d'autres valeurs des paramètres exogènes, l'introduction du réseau détériore le bien-être de tous les agents. Effectivement, le partage d'information entre spéculateurs peut dégrader l'efficacité du marché du point de vue des *hedgers*, ce qui les contraint à réduire leur activité. Une externalité négative pour les spéculateurs puisque les contreparties à leurs ordres s'amenuisent, ce qui annule l'effet bénéfique qu'ils retirent du partage d'information. Ainsi, ces résultats démontrent que l'efficacité d'un marché est très sensible à la façon dont l'information financière est distribuée.

Nous considérons ensuite la convergence du modèle vers un cadre atomistique, afin d'évaluer l'effet du réseau sur un marché de grande taille avec des spéculateurs neutres au risque (la littérature n'ayant considéré que des spéculateurs averses au risque sous l'hypothèse d'atomicité). L'introduction du réseau n'a alors plus aucun effet sur le bien-être des *hedgers* et sur l'efficience informationnelle, et réduit le profit spéculatif. Les effets positifs

[3]Les *noise traders* fournissent de la liquidité au marché en soumettant des ordres aléatoires pour des motifs exogènes, comme des chocs idiosyncratiques de liquidité. Une hypothèse très courante pour contourner l'absence théorique d'échange entre spéculateurs rationnels (Milgrom et Stokey, 1982).

[4]Kyle *et al.* (2011) notent qu'il faut développer des « modèles intégrés » de valorisation d'actifs où tous les agents sont rationnels. Voir aussi Han *et al.* (2014) et les articles qui y sont cités. En effet, puisque les *noise traders* perdent de l'argent, il convient d'expliquer leur présence à long terme. Voir Bloomfield *et al.* (2009) pour les débats qui concernent l'hypothèse de *noise traders*.

[5]La sélection adverse fait référence à « l'avantage informationnel » des spéculateurs qui, contrairement aux autres agents, sont informés, et dont les ordres ne peuvent pas être distingués du reste de la demande.

provoqués par l'introduction du réseau dans le cadre d'un modèle de marché atomistique dépendent donc entièrement de l'aversion au risque des spéculateurs.

En résumé, nous approfondissons dans cet article les résultats de Colla et Mele (2010) en rendant endogène la demande non spéculative et en considérant la convergence vers un marché atomistique. Nous présentons le cadre du modèle dans la section 2.2. Nous déterminons ensuite son équilibre et analysons l'effet du réseau sur les décisions des agents (section 2.3). Enfin, nous évaluons les propriétés d'équilibre du marché et considérons sa convergence vers un cadre atomistique (section 2.4).

2.1.1 Littérature

Les connections directes et indirectes entre les investisseurs. La diffusion de l'information dépend de facteurs sociaux, géographiques et technologiques variés. Tout d'abord, l'existence de « liens forts » ou de « liens faibles » entre les investisseurs les incline à partager leur information ou à subir l'influence de leurs voisins, amis, collègues et concurrents[6]. Ces influences provoquent une circulation locale de l'information qui peut être schématisée à l'aide d'un réseau. Par exemple, Ozsoylev *et al.* (2013) extrapolent le réseau de liens sociaux entre les opérateurs de la bourse d'Istanbul d'après les corrélations entre leurs ordres, et montrent que les agents qui y occupent une place centrale réalisent de meilleures performances, ce qui suggère que l'information circule parmi des sous-groupes d'investisseurs (voir aussi Hu, 2015). Pool *et al.* (2015) comparent les investissements de gérants d'actifs américains qui habitent dans le même quartier en contrôlant les « effets de communauté » qui, indirectement, peuvent les conduire aux mêmes décisions (informations et biais locaux). Malgré ces contrôles, leurs portefeuilles d'actions sont statistiquement similaires, ce qui démontre l'influence des interactions sociales sur leurs décisions[7]. Ahern (2015) relate la diffusion des délits d'initiés condamnés par la SEC et montre que la transmission de ces informations confidentielles obéit à des influences sociales et hiérarchiques récurrentes[8]. Internet facilite aussi la circulation de l'information : Chen *et al.* (2014) et Gray et Kern (2012) montrent que des investisseurs professionnels améliorent conjointement leurs analyses sur des sites spécialisés. Enfin, Cohen *et al.* (2008; 2010) montrent que les professionnels de la finance obtiennent des informations confidentielles par leurs camarades d'université devenus gestionnaires d'entreprises cotées[9]. Ainsi, bien que la communication soit parfois un vecteur de rumeurs (Schmidt, 2015), des facteurs sociaux provoquent une répartition intermédiaire de l'information formalisée par un réseau. Par exemple, un réseau éclaté formalise l'effet d'une communication limitée entre

[6] Voir Shiller et Pound (1989), Hong *et al.* (2004), Ivkovic et Weisbenner (2007), Hong *et al.* (2005), Rancan (2013). Pour la distinction entre liens sociaux forts et faibles en économie, voir Granovetter (2005).

[7] En particulier si ces investisseurs sont de même origine sociale ou sont voisins de longue date.

[8] Le « receveur » d'une information privilégiée la transmet en priorité aux membres aînés de sa famille puis à ses supérieurs hiérarchiques.

[9] Voir Brunnermeier (2005) pour un traitement théorique de cette remarque.

les investisseurs (ils ne partagent leur information qu'avec leurs proches). Au contraire, un réseau dense formalise l'effet de liens faibles qui favorisent la diffusion de l'information.

La répartition de l'information dépend aussi de facteurs géographiques (effets de communauté). Par exemple, Feng et Seashole (2004) montrent que les chinois qui vivent dans une région où une firme exerce une activité investissent dans cette dernière plus tôt que les investisseurs éloignés. En effet, les premiers bénéficient de l'observation des produits de l'entreprise, d'interactions avec ses salariés et de la couverture de son activité par les journaux régionaux – Peress (2014) montre que la presse régionale est un vecteur essentiel de diffusion de l'information financière. Coval et Moskowitz (2001), Ivkovic et Weisbenner (2005), Malloy (2005) et Bernile *et al.* (2015) démontrent aussi l'avantage des investisseurs américains locaux, en particulier lorsqu'il s'agit d'évaluer des entreprises qui exercent une activité concrète à proximité et qui sont soumises à une forte asymétrie d'information[10]. Soulignons que des incitations et des biais régionaux peuvent en outre accentuer cette segmentation géographique de la répartition de l'information[11]. Une information n'atteint alors pas seulement une zone restreinte, elle est interprétée par des agents qui sont soumis aux mêmes influences et sont enclins à la surestimer (biais de familiarité). La portée d'une information dépend donc de barrières géographiques et culturelles qu'un réseau permet, là encore, de formaliser. En effet, les données partagées parmi un sous-groupe (une « clique ») deviennent publiques parmi ses membres, ce qui les conduit à se livrer à une rude concurrence pour les exploiter. En revanche, ces données restent inconnues des agents exclus de la clique (par exemple, les habitants d'une région éloignée). Ainsi, les agents répartis à proximité les uns des autres sur le réseau prennent simultanément des décisions similaires et indépendantes de celles des agents éloignés.

Microstructure de marché et réseaux. Des contributions récentes utilisent l'analogie avec un réseau dans les modèles de microstructure. Dans ce contexte chaque agent (chaque nœud du réseau) est doté d'un signal bruité sur la valeur de l'actif risqué qu'il transmet à ses « contacts » (les nœuds auxquels il est relié). Cette hypothèse permet de formaliser la communication à laquelle se livrent les investisseurs, leur accès à des sources locales ou, de façon générale, une meilleure répartition de l'information financière. Ozsoylev et Walden (2011) intègrent un réseau générique dans le modèle de Grossman et Stiglitz (1980). Dans ce modèle, des spéculateurs atomistiques et averses au risque soumettent des « ordres à cours limité » pour exploiter leur information sur un marché où participent des *noise traders*[12]. Le

[10] Entreprises dont la valeur ne peut être évaluée sur l'unique base de leurs publications.

[11] Par exemple, Garcia et Strobl (2011) montrent que les gérants d'actifs favorisent les informations locales au détriment d'autres données s'ils sont évalués par rapport à leurs concurrents régionaux. Shu *et al.* (2012) montrent que la religion majoritaire dans un comté américain a une forte influence sur les choix des gérants d'actifs qui y vivent, ce qui les conduit à réagir de la même façon à l'information. Voir aussi Grinblatt et Keloharju (2001) et Guiso *et al.* (2006) pour l'effet de la culture sur les décisions économiques et financières.

[12] Puisqu'ils sont atomistiques, les spéculateurs ignorent leur impact individuel sur le prix. Leur demande est donc infinie s'ils ne sont pas averses au risque. Précisons que des ordres à « cours limité » sont

volume de titres échangés, l'efficience informationnelle du prix et sa volatilité croissent avec la connectivité du réseau (le nombre moyen de liens par agent) tandis que la corrélation entre les ordres de deux agents augmente avec leur proximité sur le réseau. Le profit spéculatif est cependant maximisé pour un réseau uniforme de connectivité moyenne[13]. Dans ce cadre, mais avec un réseau simplifié, Han et Yang (2012) considèrent que chaque spéculateur contribue volontairement à l'information partagée avec ses contacts en produisant un signal couteux. Rendre le réseau plus dense peut alors dégrader l'efficience informationnelle en décourageant la production d'information qui, dans ce contexte, s'assimile à un « bien public » (les investisseurs adoptent un comportement de passager clandestin en profitant de l'information qui circule sans contribuer à son amélioration). Walden (2013) considère un réseau générique dynamique. Chaque agent accède aux signaux de ses contacts puis, à la période suivante, aux signaux des contacts de ses contacts, etc. Avec un réseau asymétrique la qualité relative de l'information d'un spéculateur est stochastique, ce qui enrichit la compréhension des échanges[14]. Le profit d'un agent croît alors avec la centralité au sens de Katz de sa place sur le réseau. Effectivement, la qualité de son information dépend de son réseau élargi[15]. Andrei et Cujean (2015) modélisent la communication dans le modèle de Grossman et Stiglitz (1980) par « percolation de l'information ». Entre chaque période d'échange, des investisseurs choisis au hasard partagent les signaux qu'ils ont accumulés. La qualité de leur information devient donc très hétérogène, ce qui permet d'expliquer la coexistence d'investisseurs « contrariants » et « momentum »[16]. Cujean (2013) conserve cette hypothèse en admettant que les agents qui ont accumulé un grand nombre de signaux ne s'apparient qu'entre eux (Stein, 2008). Malgré cet obstacle à leur diffusion, tous les signaux distribués aux investisseurs sont rapidement agrégés au prix de marché. Enfin, Manela (2014) montre que la valeur de l'information financière est maximale lorsque sa vitesse de diffusion parmi la population est intermédiaire[17].

La stabilité du réseau n'est cependant pas en question dans ces modèles où les spéculateurs sont atomistiques. Effectivement, chacun considère que son impact individuel sur les propriétés du marché est nul. A l'inverse, un modèle de marché imparfaitement concurrentiel à la Kyle (1985) permet de considérer des agents dont le comportement est stratégique. Dans ce modèle, des spéculateurs neutres au risque en nombre fini échangent avec des *noise traders* en contrôlant leur impact sur le prix[18]. Lambert *et al.* (2015) uti-

conditionnés au prix qui sert alors d'information.

[13]En effet, le profit et l'utilité d'un spéculateur dépendent de la qualité relative de sa place sur le réseau.

[14]Le signe de la corrélation intertemporelle des ordres, les volumes échangés et la volatilité du prix sont stochastiques, ce qui décrit avec réalisme les propriétés des marchés de titres de petites entreprises (dont la diffusion des informations qui les concernent est graduelle).

[15]La centralité au sens de Katz d'un nœud est la moyenne géométrique du nombre de ses liens directs (liens forts), des liens des nœuds auxquels il est relié (liens faibles), etc.

[16]Un investisseur « contrariant » (resp. « momentum ») vend (resp. achète) le titre lorsque son prix augmente.

[17]Une diffusion trop lente ne permet pas aux investisseurs initiaux de réaliser rapidement leurs gains. Une diffusion trop rapide réduit leurs gains en rendant rapidement publique cette information.

[18]Précisons aussi qu'ils soumettent des « ordres au marché » (non conditionnés au prix). Ces hypothèses

lisent dans ce modèle une structure d'information générique qui permet de formaliser un réseau quelconque[19]. Il existe un unique équilibre linéaire mais le caractère générique de leur modèle limite l'analyse des propriétés du marché. Xia (2015) se restreint à trois formes de réseaux : un cercle, un arbre et une étoile. Dans les trois cas l'introduction du réseau renforce l'efficience informationnelle du prix et la liquidité du marché. Or, une meilleure liquidité est la contrepartie d'un profit spéculatif en baisse (*i.e.* de pertes moindres pour les *noise traders*). En effet, des spéculateurs stratégiques exploitent de façon concurrentielle les signaux qui sont partagés, ce qui annule l'effet bénéfique du gain de précision (Caballe, 1993). La stabilité du réseau est alors en question, sauf si son origine est exogène. Le partage d'information est toutefois bénéfique dans certains cas : si les signaux sont complémentaires (Colla et Mele, 2010) ou si les spéculateurs sont suffisamment risquophobes (Eren et Ozsoylev, 2006)[20] ; si les agents qui partagent leurs signaux forment une coalition afin de coordonner leur demande pour neutraliser l'effet néfaste du surplus de concurrence (Chen *et al.*, 2015) ; même unilatérale, la transmission d'information reste profitable s'elle permet de perturber le marché (Indjejikian *et al.*, 2014)[21] ou d'accélérer volontairement l'agrégation de l'information au prix (Schmidt, 2015) ; enfin, le partage d'information permet de développer de nouvelles idées (Stein, 2008 ; Ganglmair *et al.*, 2015). Foucault et Lescourret (2003) démontrent aussi l'intérêt d'échanger des analyses qui concernent un titre contre des données sur la demande des *noise traders*. Enfin dans un cadre dynamique, Colla et Mele (2010) montrent que les ordres de deux spéculateurs situés à distance l'un de l'autre sur un réseau cyclique sont négativement corrélés après plusieurs périodes d'échange (comme l'observent Feng et Seashole, 2004).

Nous contribuons à cette littérature en rendant endogène le comportement des *noise traders* dans la version statique du modèle de Colla et Mele (2010). L'objectif est d'évaluer l'effet net en matière de bien-être d'une meilleure répartition (diffusion) de l'information formalisée par l'introduction d'un réseau cyclique. En effet, dans les articles que nous avons recensés, toute hausse du profit des spéculateurs (informés) est la contrepartie de pertes supplémentaires pour les *noise traders* (non informés). Il convient donc d'intégrer leur réaction à l'évolution de la distribution de l'information, au moins dans une perspective de long terme. Cette exercice permet d'évaluer les effets d'une modification structurelle de la distribution de l'information dans leur globalité. En effet, nous formalisons l'adaptation des agents non spéculatifs aux évolutions des propriétés du marché. Nous complétons donc le modèle de Colla et Mele (2010) en mettant l'emphase sur l'effet en matière de bien-être social d'une évolution structurelle de la répartition de l'information financière. Par ce biais, nous complétons aussi le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992) en raffinant sa

permettent de simplifier l'analyse. Kyle (1989) étend le modèle au cas où les spéculateurs sont averses au risque et soumettent des « ordres à cours limité ». L'analyse est toutefois fortement complexifiée.

[19]Toutes les variables aléatoires du modèle sont distribuées d'après une matrice de variances-covariances arbitraire.

[20]Ils s'exercent une faible concurrence et valorisent fortement une information plus précise.

[21]Un initié peut avoir intérêt à révéler une approximation de son information à d'autres investisseurs : les ordres des receveurs perturbent le flux d'ordres, permettant à l'initié de mieux exploiter son information.

Période 1
1.1 Prix de l'actif fixé à zéro.
1.2 $\tilde{v}$ choisi par la nature.
1.3 Chaque spéculateur *i* reçoit son signal $\tilde{x}_i$ et estime $\tilde{v}$. Chaque *hedger* *k* reçoit son stock $\tilde{w}_k$.

Période 2
2.1 Spéculateurs et *hedgers* soumettent simultanément leurs ordres q_i et d_k .
2.2 Le teneur de marché reçoit le flux d'ordre $\tilde{f}$ et fixe $\tilde{p} = \mathrm{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$.
2.3 Marché apuré.

Période 3
3.1 Valeur du titre $\tilde{v}$ publiquement révélée et payée.
3.2 Spéculateurs et *hedgers* consomment : fin du jeu.

FIGURE 2.1 – Chronologie du modèle.

structure d'information. Effectivement, seule la précision des signaux des spéculateurs est paramétrable dans leur modèle. Au contraire, notre structure permet de régler l'audience de chacun des signaux distribués à partir d'un paramètre : la connectivité du réseau.

2.2 Le modèle

2.2.1 Structure du modèle

Un actif risqué est coté sur un marché imparfaitement concurrentiel (Kyle, 1985). Il est possible de le vendre à découvert ou de l'acquérir en empruntant sans limite à un taux nul[22]. Le paiement risqué qu'offre chaque titre est noté $\tilde{v} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$. Le prix d'un titre est fixé en première période à zéro (l'espérance inconditionnelle de sa valeur) et $\tilde{v}$ est choisi par la nature. Des « spéculateurs » neutres au risque reçoivent alors de l'information sur $\tilde{v}$ tandis que des « *hedgers* » averses au risque sont dotés d'un stock de titres. Les premiers échangent pour tirer profit de leur information. Les seconds échangent pour ajuster leur stock (motif non spéculatif). Ils soumettent simultanément leurs ordres au marché en seconde période. L'excès de demande est ensuite apuré par un « teneur de marché » à un prix $\tilde{p}$ que nous explicitons après. Finalement, le paiement $\tilde{v}$ est publiquement révélé et versé en troisième et dernière période.

Les *hedgers*. Dans les modèles recensés en section 2.1.1 la liquidité du marché et le profit spéculatif ont pour contrepartie les ordres aléatoires, et donc les pertes, d'agents dont le comportement est exogène (*noise traders*). Toute hausse (resp. baisse) des gains spéculatifs se fait alors au détriment (resp. bénéfice) de ces agents passifs, ce qui laisse ambigu l'effet du réseau sur le bien-être social. Nous leur substituons des *hedgers*. Il s'agit

[22]Les agents peuvent vendre à découvert une obligation à taux zéro dont l'offre est inélastique et qui sert de numéraire.

d'agents rationnels non informés, qui échangent pour un motif de partage de risque (Spiegel et Subrahmanyam, 1992)[23].

Objectif des *hedgers*. Chacun des $m < \infty$ *hedgers* $k \in M$ est doté en première période d'un stock de titres $\tilde{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ indépendant des autres variables aléatoires du modèle[24]. Le *hedger* k ajuste ce stock en seconde période pour maximiser l'espérance d'utilité de sa richesse finale $\mathbb{E}U(\tilde{\pi}_k|\tilde{w}_k)$ où $\tilde{\pi}_k = (\tilde{w}_k + d_k)\tilde{v} - d_k\tilde{p}$ avec d_k son ordre au marché et U une fonction d'utilité CARA de coefficient γ. Il s'agit par exemple d'assureurs qui doivent alléger leurs bilans, d'opérateurs en couverture ou de gestionnaires de risques qui doivent liquider une position. Utiliser ces *hedgers* formalise l'hypothèse que les agents « non spéculatifs » s'adaptent à la qualité du marché (de leur point de vue). En effet, les agents non spéculatifs préfèrent détenir un actif liquide échangé sur un marché peu volatil où la sélection adverse est faible (où l'avantage des investisseurs initiés est limité). Or, la dégradation de l'une de ces propriétés conduit les *hedgers* à moins échanger. Il s'agit toutefois d'une approche schématisée puisque les agents non spéculatifs n'échangent pas forcément pour un motif de partage de risque. Voir Han *et al.* (2014) pour une modélisation alternative et une discussion sur l'intérêt de modéliser la demande des *noise traders*.

Les spéculateurs. Il y a $n < \infty$ spéculateurs $i \in N$ répartis sous la forme d'un réseau cyclique (Colla et Mele, 2010). Ils sont répartis en cercle par ordre d'indice dans le sens des aiguilles d'une montre. Chaque spéculateur est relié à ses $g/2$ voisins de gauche et $g/2$ voisins de droite. Le paramètre g est pair et appartient à $[0; n-1]$ avec n impair. Il détermine la connectivité du réseau : le nombre de liens par spéculateur. En l'absence du réseau ($g = 0$) le spéculateur i est doté du signal $\tilde{s}_i = \tilde{v} + \tilde{\epsilon}_i$ sur le paiement risqué $\tilde{v}$ avec $\tilde{\epsilon}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$. Par hypothèse $\mathbb{E}(\tilde{\epsilon}_i\tilde{\epsilon}_j) = \rho\sigma_\epsilon^2$ pour tout $j \neq i$. Le scalaire $\rho \in \left[-\frac{1}{n-1}; 1\right]$ est le coefficient de corrélation entre les perturbations de deux signaux $\tilde{s}_i$ et $\tilde{s}_j$ quelconques. En présence du réseau ($g > 0$) chaque spéculateur i observe la moyenne de $\tilde{s}_i$ et des signaux $\tilde{s}_j$ distribués aux g spéculateurs j auxquels il est relié. En résumé, le spéculateur i est doté du signal $\tilde{x}_i$ donné par[25]

$$\tilde{x}_i \equiv \frac{\sum_{j=i-g/2}^{i+g/2} \tilde{s}_j}{g+1} = \tilde{v} + \frac{\sum_{j=i-g/2}^{i+g/2} \tilde{\epsilon}_j}{g+1}. \tag{2.1}$$

Le distribution de l'information dépend donc de deux paramètres : ρ définit si les signaux $\tilde{s}_i$ sont complémentaires ($\rho < 0$) ou redondants ($\rho > 0$) ; g définit leur répartition. Par

[23]Comme les *noise traders*, les *hedgers* apportent de la liquidité au marché en offrant des contreparties aux ordres des agents informés. En leur absence, il y aurait une absence d'échange à la Milgrom et Stokey (1982). En effet, les spéculateurs n'échangent que si leur espérance de profit est positive. Or, la spéculation est un jeu à somme nulle. Les pertes monétaires des *hedgers* ou des *noise traders* transforment alors la spéculation en un jeu à somme positive. Les *hedgers* ajustent cependant leur participation au marché en fonction de son attractivité (alors que la demande des *noise traders* est inélastique).

[24]Un stock négatif correspond à une position initiale courte, c'est à dire à des ventes à découvert engagées.

[25]Par convention l'indice $n+1 = 1$, $n+2 = 2$, $1-1 = n$, $1-2 = n-1$, etc.

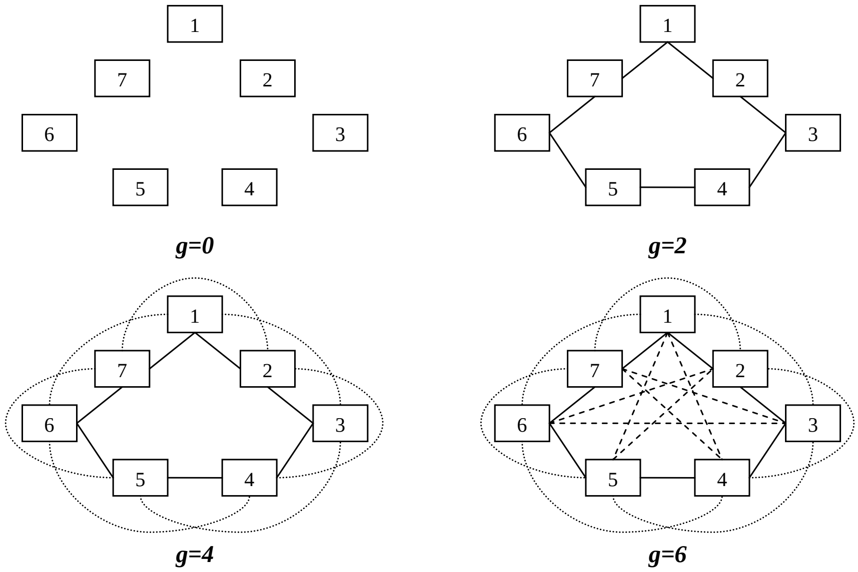


FIGURE 2.2 – Exemples de réseaux cycliques pour $n = 7$. Les liens directs sont continus (par ex. entre les spéculateurs 1 et 2). Les liens ajoutés pour obtenir un réseau à la connectivité intermédiaire sont en pointillés (par ex. entre 1 et 3). Enfin, les liens ajoutés pour obtenir un réseau complet sont en tirets (par ex. entre 1 et 4).

exemple si $g = 0$ nous avons $\tilde{x}_i = \tilde{s}_i$. Si en outre $\rho = 0$ nous retrouvons le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992). Au contraire si $g = n - 1$ (réseau complet) et $\rho = -\frac{1}{n-1}$ nous avons $\tilde{x}_i = \tilde{v}$ pour tout $i \in N$ quelque soit la valeur de σ_ϵ^2. Le bénéfice retiré par les spéculateurs de l'introduction du réseau dépend donc de ρ et de σ_ϵ^2. Plus ρ est proche de sa borne inférieure et plus σ_ϵ^2 est élevé, plus une hausse de g améliore la précision du signal $\tilde{x}_i$ donnée par

$$\frac{1}{\mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{x}_i)} = \frac{(g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2}{(1+g\rho)\sigma_v^2\sigma_\epsilon^2}. \tag{2.2}$$

Effet-précision et effet-concurrence. Comme Colla et Mele (2010), nous définissons par *effet-précision* le gain de précision de $\tilde{x}_i$ dû à une hausse de g. La hausse de g provoque aussi un *effet-concurrence* néfaste aux spéculateurs en rendant semi-publics les signaux $\tilde{s}_i$ distribués[26]. Augmenter g n'est donc favorable aux spéculateurs que si l'effet-précision est suffisamment fort (Colla et Mele, 2010). Effectivement, chaque spéculateur utilise avec parcimonie son information privée pour limiter sa révélation au marché. En revanche, ces agents se livrent à une forte concurrence pour exploiter une information partagée,

[26]Par exemple si $g = 0$ et $n = 7$, $\tilde{x}_1 = \tilde{s}_1$ et $\tilde{x}_2 = \tilde{s}_2$. En revanche si $g = 2$, $\tilde{x}_1 = (\tilde{s}_7 + \tilde{s}_1 + \tilde{s}_2)/3$ et $\tilde{x}_2 = (\tilde{s}_1 + \tilde{s}_2 + \tilde{s}_3)/3$. Chaque spéculateur observe alors partiellement l'information de ses concurrents.

au détriment de sa valeur[27] Nous supposons donc que les spéculateurs représentent des investisseurs institutionnels ou de grande taille : *hedge funds*, banques d'investissement, gros négociants si l'actif risqué est une matière première[28]. En effet, Di Mascio *et al.* (2015) montrent que les informations diffusées auprès de plusieurs investisseurs institutionnels sont exploitées de façon concurrentielle, alors que leurs prévisions privées sont agrégées de façon très progressive au prix de marché (parfois au cours de plusieurs mois).

Objectif des spéculateurs. Le spéculateur i maximise en seconde période l'espérance de sa richesse finale $\mathbb{E}(\tilde{\pi}_i|\tilde{x}_i)$ avec $\tilde{\pi}_i = q_i(\tilde{v} - \tilde{p})$ et q_i son ordre au marché[29]. Nous utilisons des spéculateurs stratégiques neutres au risque car ils apportent une description réaliste du comportement des investisseurs institutionnels (Di Mascio *et al.*, 2015). En effet, cette hypothèse permet de mettre en exergue l'opposition entre l'effet-concurrence et l'effet-précision (tandis que des investisseurs risquophobes se livrent à une concurrence limitée, même pour exploiter une information publique, et valorisent très fortement l'effet-précision).

Le Teneur De Marché (TDM). Un TDM neutre au risque reçoit le flux d'ordres agrégés $\tilde{f}$ sans pouvoir distinguer la demande des spéculateurs de celle des *hedgers* (sélection adverse) :

$$\tilde{f} = \sum_{i \in N} q_i + \sum_{k \in M} d_k. \tag{2.3}$$

Il apure le marché en réalisant un profit nul en moyenne en absorbant $\tilde{f}$ au prix $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$[30].

2.2.2 Fonctionnement et rôles du marché

Dans le modèle de Kyle (1985) la liquidité du marché est mesurée par la sensibilité de $\tilde{p}$ à la demande. Moins $\tilde{p}$ augmente (resp. baisse) en cas d'achat (resp. de vente), plus le marché est liquide[31]. Céder une fraction de leurs titres permet aux *hedgers* d'ajuster leur stock d'autant plus efficacement que le marché est liquide, *i.e.* que $\tilde{p}$ est peu sensible à $\tilde{f}$.

[27] De façon analogue à des entreprises en concurrence à la Cournot qui, pour maximiser leur profit individuel, produisent davantage que la quantité optimale.

[28] Kyle *et al.* (2011) notent que ces investisseurs sont à l'origine d'une fraction très importante du volume de titres échangés sur les marchés.

[29] Puisque les spéculateurs ne disposent au départ d'aucun titre $q_i < 0$ correspond à une vente à découvert.

[30] Il suffit d'admettre que plusieurs teneurs de marché en concurrence à la Bertrand reçoivent globalement $\tilde{f}$. Nous pouvons aussi considérer $\tilde{f}$ comme le solde d'un carnet d'ordres observé par un continuum d'agents non informés et neutres au risque, qui s'y placent comme contreparties, faisant converger $\tilde{p}$ vers $\mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$.

[31] Le TDM perd de l'argent en aborbant des ordres soumis par les spéculateurs. Puisqu'il ne peut distinguer leurs ordres (sélection adverse) il limite la liquidité du marché (il augmente $\tilde{p}$ en cas d'achat et inversement).

En effet, le prix qu'ils obtiennent est moins sensible à leur demande. En outre, le rôle de partage de risque (ou de diversification) du marché dépend de sa liquidité. Effectivement, le partage de risque est très efficace si $\tilde{p}$ est insensible à $\tilde{f}$ et donc à $\tilde{v}$[32]. Par exemple, s'il n'y a aucun spéculateur (informé) le TDM assure une « liquidité absolue » en fixant $p = \mathbb{E}(\tilde{v}) = 0$. Les *hedgers* bénéficient alors d'un prix inélastique et non risqué, indépendant de $\tilde{v}$, qui leur permet de céder l'intégralité de leur stock ($d_k = -\tilde{w}_k$). En effet puisqu'ils sont averses au risque, ils préfèrent recevoir $p = 0$ que l'étalement à moyenne constante $\tilde{v} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$. La demande des *hedgers* dépend donc de la liquidité du marché et, plus précisément, de son rôle de partage de risque.

La demande des *hedgers* détermine en retour celle des spéculateurs. Par exemple si les *hedger* n'échangent pas, le TDM accumule systématiquement des pertes en se plaçant comme contrepartie sur le marché et refuse d'absorber $\tilde{f}$ (voir la note 31). Les pertes des *hedgers* sont donc bien la contrepartie du profit spéculatif ; des pertes auxquelles ils consentent toutefois car elles sont le coût de leur diversification (qui améliore leur utilité espérée). Le marché a donc deux fonctions : les spéculateurs exploitent avec profit leur information et contribuent ainsi à l'efficience informationnelle du prix ; les *hedgers* apportent des contreparties aux ordres des spéculateurs en partageant leurs risques.

2.2.3 Interprétations du réseau

Nous utilisons un réseau symétrique pour deux raisons. Premièrement, pour limiter la complexité de l'analyse. Deuxièmement, pour évaluer sans ambiguïté l'effet du réseau sur le bien-être social. Effectivement, introduire un réseau asymétrique bénéficierait aux agents les mieux placés au détriment des autres[33]. Précisons aussi que les *hedgers* et le TDM pourraient méconnaitre la connectivité g du réseau. Nous admettons cependant que ce paramètre est connu de tous. Une hypothèse réaliste si tous les agents s'adaptent par apprentissage aux effets du réseau ou si ce dernier a des origines exogènes[34]. Le réseau permet aussi de formaliser la communication entre les investisseurs (section 2.1.1). Il semble toutefois irréaliste d'admettre que les spéculateurs échangent leurs signaux en anticipant l'adaptation des autres acteurs du marché[35]. En outre, seuls des réseaux stables seraient admissibles[36]. Nous admettons donc sans perte de généralité que g dépend de facteurs

[32] Par analogie avec la gestion de portefeuille, plus les rendements des titres sont positivement corrélés, moins la diversification est efficace. Ici, les *hedgers* peuvent substituer $\tilde{p}$ à $\tilde{v}$. Une corrélation positive entre ces deux variables limite donc leur diversification.

[33] Dans le cadre de Grossman et Stiglitz (1980), Ozsoylev et Walden (2011) montrent que le profit spéculatif est maximisé pour un réseau uniforme.

[34] Par exemple, Hong et Rady (2000) proposent un modèle où les spéculateurs découvrent progressivement quelle est la variance de la demande aléatoire des *noise traders*.

[35] Sauf si les anticipations sont « parfaitement rationnelles » puisque les *hedgers* doivent alors anticiper la formation des connexions qui bénéficient aux spéculateurs et ces derniers s'y conformer (auto-réalisation). Par exemple, dans Kyle *et al.* (2011) l'informé, son principal, le *hedger* et le TDM adaptent réciproquement leurs comportements en fonction du contrat qui lie l'investisseur à son principal.

[36] Un réseau est stable si aucun agent n'a intérêt à supprimer un de ses liens ou à en former un nouveau.

exogènes.

Considérons par exemple une entreprise qui communique n rapports d'activité – un rapport par division ou par filiale – représentés par les n signaux $\tilde{s}_i$ que nous avons définis[37]. Si des limites technologiques et des barrières géographiques ou linguistiques contraignent chaque spéculateur i à ne pouvoir analyser que le i-ième rapport nous avons $g = 0$ (i n'observe que $\tilde{s}_i$). Augmenter g formalise alors l'effet d'un progrès technologique ou organisationnel : disparition de barrières géographiques et linguistiques[38], traitement de l'information plus performant[39], etc. Fang et Peress (2009) et Peress (2014) soulignent aussi que la répartition de l'information financière dépend de l'offre de médias concernés. Une hausse de g formalise alors l'effet d'une meilleure couverture des entreprises cotées par ces médias et une amélioration de leur diffusion. Chaque signal $\tilde{s}_i$ peut également concerner un aspect particulier d'une entreprise cotée (ses produits, ses finances, son image de marque). Une hausse de g formalise alors l'opportunité pour les investisseurs d'évaluer un pan plus large de l'entreprise[40]. Finalement, un réseau plus dense formalise l'évolution d'un marché de l'information sur lequel n analyses sont offertes, représentées par les n signaux $\tilde{s}_i$ que nous avons définis. Nous avons $g = 0$ (resp. $g > 0$) si chaque investisseur ne peut en acquérir qu'une analyse (resp. plusieurs grâce à une baisse de leur coût)[41]. Dans tous ces exemples, les spéculateurs accèdent à davantage de signaux sur lesquels la concurrence s'intensifie toutefois, ce que formalise l'introduction du réseau cyclique dans le modèle de Kyle (1985).

2.3 L'équilibre

2.3.1 Détermination de l'équilibre

Les spéculateurs et les *hedgers* soumettent simultanément des « ordres au marché » (non conditionnés au prix). Le TDM absorbe ensuite leur demande agrégée $\tilde{f}$ au prix $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$. Nous recherchons un Equilibre Linéaire de Nash Bayésien selon la méthode standard utilisée dans les modèles à la Kyle (1985). Nous conjecturons que la demande des agents et le prix

[37]Ces rapports sont redondants (resp. complémentaires) si $\rho > 0$ (resp. $\rho < 0$).

[38]Hau (2001) et Grinblatt et Keloharju (2001) montrent que les barrières culturelles et linguistiques enrayent les performances des investisseurs professionnels et leur accès à certains marchés. Grinblatt et Keloharju (2001) suggèrent d'ailleurs que les entreprises pourraient élargir leur base d'investisseurs en traduisant leurs rapports et en améliorant leur diffusion.

[39]Grâce à des services d'information financière (Bloomberg, Reuters), des logiciels de traitement des données plus performants ou à une rationalisation des méthodes d'analyse.

[40]Goldstein et Yang (2015) pour la question de la spécialisation des investisseurs face à un risque à plusieurs dimensions.

[41]Précisons que si l'effet-concurrence domine – la hausse de g est néfaste pour les spéculateurs – le profit spéculatif est maximisé lorsque chaque investisseur n'acquiert qu'une seule analyse sur laquelle il bénéficie d'un monopole ($g = 0$). Néanmoins, il ne s'agit pas d'un équilibre car chacun a alors intérêt à dévier pour acquérir plus d'analyses que les autres.

fixé par le TDM sont des fonctions linéaires de l'information dont chacun dispose. Nous vérifions ensuite que ces stratégies sont respectées à l'équilibre, c'est à dire que les agents les choisissent comme « meilleures réponses » s'ils anticipent que les autres agents les adoptent eux-aussi. Enfin, nous déterminons les valeurs des coefficients de ces fonctions à partir des paramètres exogènes du modèle.

Définition 2.3.1 (Equilibre Linéaire de Nash Bayésien). *L'ELNB est défini par $\phi \in \mathbb{R}$, $\psi \in \mathbb{R}$ et $\lambda \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $i \in N$ et $k \in M$*

$$\begin{aligned} &q_i = \phi \tilde{x}_i, \quad d_k = \psi \tilde{w}_k \quad \textit{et} \quad \tilde{p} = \lambda \tilde{f} \quad \textit{avec} \\ &q_i \in \arg\max_{q_i} \mathbb{E}(\tilde{\pi}_i | \tilde{x}_i), \quad d_k \in \arg\max_{d_k} \mathbb{E}U(\tilde{\pi}_k | \tilde{w}_k) \quad \textit{et} \quad \tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v} | \tilde{f}) \end{aligned}$$

où $\tilde{\pi}_i = q_i(\tilde{v} - \tilde{p})$, $\tilde{\pi}_k = (\tilde{w}_k + d_k)\tilde{v} - d_k \tilde{p}$ et $\tilde{f}$ est donné par l'équation (2.3).

Problème des spéculateurs. La Condition de Premier Ordre (CPO) de $\mathbb{E}(\tilde{\pi}|\tilde{x}_i)$ donne

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{1}{2}\left(\frac{\beta_1}{\lambda} - \beta_2 \phi\right)\tilde{x}_i \\ &= \phi \tilde{x}_i \quad \text{avec} \quad \beta_1 \tilde{x}_i = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{x}_i) \quad \text{et} \quad \beta_2 \phi \tilde{x}_i = \mathbb{E}(\tilde{f} - q_i | \tilde{x}_i). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Nous obtenons la forme de q_i conjecturée dans la définition 2.3.1. La condition de second ordre est $\lambda > 0$. Le coefficient ϕ correspond à la réactivité ou agressivité des spéculateurs : si $\tilde{x}_i$ varie de 1, q_i varie de ϕ.

Problème des *hedgers*. Dans ce cadre CARA-gaussien un *hedger* optimise l'équivalent certain de $\mathbb{E}U(\tilde{\pi}_k|\tilde{w}_k)$ donné par $\overline{\pi}_k = \mathbb{E}(\tilde{\pi}_k|\tilde{w}_k) - \frac{\gamma}{2}\mathbb{V}(\tilde{\pi}_k|\tilde{w}_k)$. Sa CPO donne

$$\begin{aligned} d_k &= -\frac{\frac{\gamma}{2}\left(\sigma_v^2 - \mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})\right)}{\lambda + \frac{\gamma}{2}\left(\sigma_v^2 + \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) - 2\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})\right)}\tilde{w}_k \\ &= \psi \tilde{w}_k. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Nous obtenons la forme de d_k conjecturée dans la définition 2.3.1. Le coefficient ψ s'interprète comme ϕ excepté qu'un *hedger* agit en fonction de son stock $\tilde{w}_k$.

Prix d'équilibre. Comme le TDM fixe $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$ nous avons

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{f})}{\mathbb{V}(\tilde{f})}\tilde{f} \\ &= \lambda \tilde{f}. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Nous obtenons la forme de $\tilde{p}$ conjecturée en définition 2.3.1. D'après l'équation (2.6) nous avons

$$\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi| m \sigma_w} \quad \text{avec} \quad \lambda_{nt} = \sqrt{\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p}) - \mathbb{V}\left(\tilde{p}\middle| \sum_{k \in M} d_k\right)}. \tag{2.7}$$

Remarque 2.3.1. *Le coefficient λ_{nt} correspond au coefficient λ que fixe le TDM lorsque la liquidité est apportée par des noise traders dont la variance de la demande aléatoire est normée à 1. Ainsi en fixant $|\psi| = m = 1$, nous retrouvons l'équilibre du modèle sous l'hypothèse où la liquidité est apportée par des noise traders dont la demande est égale à $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ (modèle de Colla et Mele, 2010).*

La résolution de ϕ, ψ et λ d'après les équations (2.4), (2.5) et (2.7) donne l'équilibre du modèle.

Proposition 2.3.1. *Soit un marché à la Kyle (1985) dont la liquidité est apportée par des hedgers à la Spiegel et Subrahmanyam (1992) et où les signaux des spéculateurs sont distribués dans un réseau cyclique d'après l'équation (2.1). Alors, si*

$$\frac{\gamma}{2} m^2 \sigma_w^2 > \frac{\lambda_{nt}}{\sigma_v^2 - \mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})} \tag{2.8}$$

il existe un unique ELNB tel que $\lambda > 0$ avec $\phi > 0$ et $\psi < 0$.

Démonstration. En annexe B.1. □

Les valeurs analytiques de ϕ, ψ et λ, trop lourdes pour être reportées ici, sont données dans l'annexe B.1. Nous les utilisons pour obtenir certains résultats analytiques et nos exemples numériques.

2.3.2 Existence de l'équilibre

La partie droite de la contrainte (2.8) mesure « l'avantage informationnel » des spéculateurs sur le TDM. Cet avantage dépend positivement de la précision de leur information et négativement de la concurrence à laquelle ils se livrent pour l'exploiter. La partie droite de la contrainte (2.8) est donc aussi une mesure des pertes que le TDM doit imputer aux *hedgers* pour s'assurer un profit nul en moyenne (en fixant λ_{nt} et donc λ suffisamment élevés[42]). La contrainte (2.8) est respectée si la demande des *hedgers* suffit à absorber ces pertes, ce qui est le cas s'ils sont assez nombreux, averses au risque et si leurs dotations sont assez variables (γ, m et σ_w^2 élevés). Il n'y a aucun échange si cette condition n'est pas respectée. Ce « gel du marché » survient lorsque le TDM ne peut pas assurer une

[42]Comme nous l'expliquons dans la note 31, le TDM est confronté à un problème de sélection adverse car il ne peut discriminer les ordres des spéculateurs de ceux des *hedgers*. Dans les modèles à la Kyle (1985) les pertes monétaires des agents non spéculatifs sont proportionnelles au coefficient λ et donc inversement proportionnelles à la liquidité du marché mesurée par $\frac{1}{\lambda}$.

liquidité acceptable pour les *hedgers*, c'est à dire lorsque λ_{nt} et donc λ sont trop élevés. Effectivement, seuls les spéculateurs acceptent alors de participer au marché (voir la note 23). L'introduction du réseau affecte la contrainte (2.8).

Proposition 2.3.2. (i) *Augmenter ρ relâche la contrainte (2.8) d'existence de l'équilibre.* (ii) *Si $\rho > \rho^*$ (resp. $\rho < \rho^*$) avec*

$$\rho^* = \frac{\sigma_v^2 + g(\sigma_v^2 - \sigma_\epsilon^2)}{[(g+1)n - 2g - 1]\sigma_\epsilon^2}$$

augmenter g relâche (resp. durcie) la contrainte (2.8) d'existence de l'équilibre.

Démonstration. En annexe B.2 □

Augmenter ρ relâche la contrainte (2.8) en détériorant « l'avantage informationnel » des spéculateurs. Effectivement la hausse de ρ stimule la concurrence à laquelle ils se livrent en réduisant la diversité des signaux $\tilde{s}_i$ qui leur sont distribués, et détériore l'effet-précision dont ils bénéficient si $g > 0$. Par exemple dans le cas limite où $\rho = 1$, nous avons $\tilde{s}_i = \tilde{s}_j$ pour tout $j \neq i$: les spéculateurs reçoivent tous le même signal quelque soit la valeur de g. Pour la seconde partie de la proposition, notons que si ρ est élevé l'effet-précision est marginal en comparaison de l'effet-concurrence. La hausse de g relâche alors la contrainte d'existence de l'équilibre. Le contraire apparaît néanmoins si $\rho < \rho^*$. Il est donc nécessaire de vérifier l'existence de l'équilibre lors de l'introduction du réseau[43].

2.3.3 Analyse de la demande

Les propriétés du marché dépendent de la demande des spéculateurs et des *hedgers* et de la liquidité du marché (mesurée par $\frac{1}{\lambda}$). L'objectif de cette sous-section est d'expliquer l'effet de g sur ϕ, $|\psi| = -\psi$ et λ[44]. Par simplification nous admettons que $m = 1$ c'est à dire qu'il y a un unique *hedger* représentatif k[45]. Les coefficients d'équilibre sont alors donnés par

$$\phi = \frac{\delta}{\lambda} \quad \text{où} \quad \delta = \frac{(g+1)\sigma_v^2}{(n+1)(g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2}, \tag{2.9}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi|\sigma_w} \quad \text{où} \quad \lambda_{nt} = \sqrt{\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) - \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)} > 0, \tag{2.10}$$

$$|\psi| = \frac{\sigma_v^2 - \mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) - \frac{2}{\gamma}\lambda_{nt}}{\sigma_v^2 + \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) - 2\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})} \tag{2.11}$$

[43]Par exemple si $\sigma_v^2 = \sigma_\epsilon^2 = m = 1$, $n = 7$, $\gamma = 1,5$, $\rho = 0$ et $\sigma_w^2 = 3$ l'équilibre n'existe que si $g = 0$.

[44]Nous nous intéressons à ψ en valeur absolue en se rappelant que $\psi < 0$, *i.e.* que l'ordre $d_k = \psi\tilde{w}_k$ est du signe contraire de celui du stock $\tilde{w}_k$. Une hausse de $|\psi|$ correspond à la liquidation d'une fraction plus grande de $\tilde{w}_k$ et ainsi à une participation accrue du *hedger* au marché. Par exemple dans le cas où $|\psi| = 1$ nous avons $\psi = -1$: vente de tous les titres si $\tilde{w}_k > 0$ (resp. débouclage de toutes les ventes à découvert si $\tilde{w}_k < 0$).

[45]Hypothèse de Kyle *et al.* (2011). Effectivement si $m > 1$ les ordres des *hedgers* $l \neq k$ rendent $\tilde{p}$ plus volatil pour k, ce qui complique sa décision et donc le coefficient ψ.

avec

$$\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) = \delta n\sigma_v^2 \quad \text{et} \quad \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) = \delta^2 n\Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) \text{ si } m=1. \tag{2.12}$$

Résolution du système. Ce système permet d'expliquer de façon séquentielle l'effet d'une hausse de g sur les décisions des agents (voir la Figure 2.3). Les propriétés des signaux $\tilde{s}_i$ et la connectivité g du réseau déterminent la qualité de l'information des spéculateurs et ainsi la valeur de δ. Ce coefficient correspond au poids qu'ils accordent à leur information à λ donné. Il détermine deux statistiques importantes données par l'équation (2.12) qui déterminent λ_{nt} *via* l'équation (2.10). Le coefficient λ_{nt} correspond au « lambda de Kyle » en présence de *noise traders* dont la variance de la demande est normée à 1. Il s'agit donc d'une mesure normée de la sélection adverse sur le marché, c'est à dire de « l'avantage informationnel » des spéculateurs. Le *hedger* ajuste alors sa participation selon λ_{nt}, $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$ et $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$. Le TDM fixe ensuite le coefficient λ selon la demande non spéculative mesurée par $|\psi|$: plus $|\psi|$ est élevé, plus il y a de contreparties aux ordres spéculatifs ce qui permet au TDM de relever la liquidité du marché (de réduire λ). Finalement, les spéculateurs ajustent le poids ϕ qu'ils accordent à leur information. La réactivité endogène ψ des *hedgers* est la seule différence avec le cadre de Colla et Mele (2010). Nous retrouvons donc leurs résultats en fixant $|\psi| = 1$ (remarque 2.3.1).

La demande spéculative. Le système formé par les équations (2.9), (2.10) et (2.11) ne dépend de g qu'à travers δ. L'effet du réseau sur l'équilibre dépend donc de l'effet de g sur ce coefficient. Nous obtenons (cf. annexe B.3)

$$\frac{\partial \delta}{\partial g} \geq 0 \quad \text{avec} \quad \frac{\partial^2 \delta}{\partial g \partial \rho} \leq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \delta}{\partial g \partial \sigma_\epsilon^2} > 0.$$

La hausse de g améliore l'information des spéculateurs (effet-précision) et renforce la concurrence à laquelle ils se livrent pour l'exploiter (effet-concurrence). Les spéculateurs accordent alors plus d'importance à leur information, ce qui explique la hausse de δ puisque $q_i = \delta\tilde{x}_i$. Précisons que la sensibilité de δ à g décroît avec ρ mais croît avec σ_ϵ^2 (cf. les dérivées secondes). Augmenter g a donc moins d'effet sur la demande spéculative si ρ est élevé et si σ_ϵ^2 est faible. Effectivement si ρ est élevé la concurrence entre les spéculateurs est déjà forte pour $g = 0$. L'effet-concurrence a donc moins d'importance[46]. En outre l'effet-précision est limité si σ_ϵ^2 est faible[47].

En résumé, le paramètre g affecte significativement à la hausse le coefficient δ et donc l'équilibre si les signaux $\tilde{s}_i$ distribués dans le réseau sont non-redondants et imprécis.

[46]Par exemple si $\rho = 1$ les signaux $\tilde{s}_i$ sont tous égaux et le réseau n'a pas d'effet.

[47]Par exemple $\tilde{s}_i = \tilde{v}$ pour tout $i \in N$ si $\sigma_\epsilon^2 = 0$.

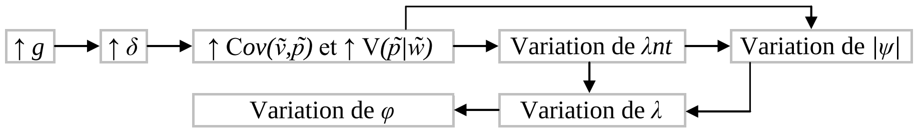


FIGURE 2.3 – Réactions des agents à la suite d'une hausse de la connectivité g du réseau.

Fixation du prix par le TDM. Nous analysons maintenant l'effet de g sur λ. Le coefficient λ dépend de λ_{nt} qui correspond au « lambda de Kyle » en présence de *noise traders*. Le TDM ajuste cependant λ_{nt} selon l'ampleur de la demande non spéculative mesurée par $|\psi|$ en fixant $\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi|\sigma_w^2}$. Nous obtenons d'après les calculs donnés en annexe B.5 que

$$\frac{\partial}{\partial g}\ \lambda_{nt} > 0 \ \text{ si } \ \frac{\partial}{\partial g}\ \mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) > \frac{\partial}{\partial g}\ \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) \quad \Leftrightarrow \quad g < g^* = -\frac{(n-1)\sigma_v^2 + (n-1)\rho\sigma_\epsilon^2}{(n-1)\sigma_v^2 + [1+(n-2)\rho]\sigma_\epsilon^2}.$$

La hausse de g provoque donc une hausse de λ_{nt} si $g < g^*$ c'est à dire si $g^* > 0$ et si g est suffisamment faible. Deux conditions sous lesquelles l'effet-précision est important puisque (i) la précision de $\tilde{x}_i$ donnée par l'équation (2.2) croît à taux décroissant avec g et (ii) puisque $g^* > 0$ si (cf. annexe B.6)

$$\rho < -\frac{\sigma_v^2}{\sigma_\epsilon^2}, \tag{2.13}$$

c'est à dire si ρ est négatif (signaux $\tilde{s}_i$ non-redondants) et si σ_ϵ^2 est élevé. Le coefficient λ_{nt} croît donc avec g si l'effet-précision dépasse l'effet-concurrence. Si nous ignorons l'effet de g sur $|\psi|$ en fixant $|\psi| = 1$ nous retrouvons les hypothèses de Colla et Mele (2010) (remarque 2.3.1). Nous vérifions alors que le profit des spéculateurs augmente avec g au détriment des agents non spéculatifs si l'effet-précision domine l'effet-concurrence, et inversement.

Remarque 2.3.2. *Lorsque la liquidité est apportée par des noise traders le profit spéculatif – la contrepartie des pertes des noise traders – est égal à* $\lambda_{nt}\sigma_w$ *(remarque 2.3.1). Nous considérons donc que l'effet-précision domine l'effet-concurrence si* $\frac{\partial}{\partial g}\ \lambda_{nt} > 0$.

L'analyse du bien-être est toutefois plus complexe avec des *hedgers* puisque leur espérance d'utilité dépend de l'efficacité du partage de risque sur le marché. L'effet du réseau ne dépend alors plus seulement de la comparaison entre l'effet-précision et l'effet-concurrence qui détermine le sens de variation de λ_{nt}.

En résumé introduire le réseau (ou augmenter sa connectivité g) provoque une hausse de δ et ainsi de $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$, de $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ ainsi que de λ_{nt} si l'effet-précision domine l'effet-concurrence. Il faut alors évaluer comment le *hedger* réagit à ces variations.

L'efficacité du marché selon le *hedger*. Nous précisons les propriétés du marché qui déterminent la demande du *hedger*. Son espérance d'utilité s'écrit

$$\overline{\pi}_k = -\lambda d_k^2 - \frac{\gamma}{2} d_k^2 \mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) - \frac{\gamma}{2}\Big((\tilde{w}_k + d_k)^2\sigma_v^2 - 2d_k(\tilde{w}_k + d_k)\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) \Big) \tag{2.14}$$

avec $d_k = \psi \tilde{w}_k$. Cette expression démontre qu'il fait face à un dilemme coût-bénéfice. Liquider une fraction de ses titres lui permet de réduire le risque qu'il supporte. Cependant, cette opération a un coût. Il doit donc choisir la fraction $|\psi|$ optimale de son stock $\tilde{w}_k$ à céder sur le marché (voir la note 44).

Le premier terme de l'équation (2.14) correspond à la perte monétaire du *hedger* provoquée par la pression de son ordre d_k sur $\tilde{p}$. Effectivement un achat (resp. une vente) provoque une hausse (resp. baisse) du prix, en particulier si la liquidité est faible (si λ est élevé). La perte monétaire du *hedger* est la contrepartie du profit spéculatif. En prenant l'espérance de λd_k^2 nous obtenons que le profit spéculatif est en moyenne égal à $\lambda \psi^2 \sigma_w^2 = \lambda_{nt} |\psi| \sigma_w$. Le profit spéculatif – la perte monétaire du *hedger* – est donc bien une fonction croissante de λ_{nt} qui mesure « l'avantage informationnel » des spéculateurs, ainsi que de la demande du *hedger* (alors que $|\psi| = 1$ avec des *noise traders*).

Le second terme de l'équation (2.14) correspond à la désutilité supportée par le *hedger* car le prix est risqué. Le dernier terme de l'équation (2.14) mesure le risque auquel il s'expose *in fine* sur le paiement aléatoire $\tilde{v}$. Ce risque décroît avec $|\psi|$ mais croît avec $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ si $\psi \in [-1; 0]$. En effet le *hedger* obtient pour chaque titre cèdé un prix corrélé au paiement risqué $\tilde{v}$. Plus cette corrélation est élevée, moins le partage de risque sur le marché est efficace puisque la cession des titres neutralise imparfaitement l'exposition à $\tilde{v}$[48].

En résumé, le marché permet au *hedger* de partager le risque qu'il supporte en substituant $\tilde{p}$ à $\tilde{v}$. Le coût de cette diversification, proportionnel à $|\psi|$, est mesuré par les deux premiers termes de l'équation (2.14), tandis que son efficacité est une fonction inverse de $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$. Plus cette covariance est élevée, plus le *hedger* doit céder une fraction importante de son stock – augmenter ψ – pour réduire son risque mesuré par le dernier terme de l'équation (2.14), ce qui élève le coût de l'opération.

La demande non spéculative. Nous avons montré que l'espérance d'utilité du *hedger* décroît avec λ_{nt} et $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ ainsi qu'avec $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ en « situation normale » c'est à dire si $\psi \in [-1; 0]$ et ainsi $|\psi| < 1$[49]. Nous pouvons maintenant évaluer l'effet d'une hausse de g sur sa demande. Nous obtenons d'après l'équation (2.11) que la différentielle totale de $|\psi|$

[48] $\tilde{w}_k + d_k$ est le stock de titres du *hedger* après avoir échangé. $(\tilde{w}_k + d_k)^2 \sigma_v^2 = (1+\psi)^2 \tilde{w}_k^2 \sigma_v^2$ est donc le risque auquel l'expose ce stock. La fraction de son stock cédée au prix $\tilde{p}$ l'expose aussi indirectement à $\tilde{v}$ puisque le prix est corrélé à $\tilde{v}$. En effet $-2d_k(\tilde{w}_k + d_k)\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p}) = -2\psi(1+\psi)\tilde{w}_k^2 \mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ est un terme positif si $\psi \in [-1; 0]$. Précisons d'ailleurs que si $\psi \in [-1, 0]$, $|\psi(1+\psi)|$ est maximisé pour $\psi = -\frac{1}{2}$. En effet, le *hedger* partage alors exactement son portefeuille entre $\tilde{v}$ et $\tilde{p}$ et doit donc porter attention à leur covariance. Au contraire si $\psi = 0$ ou $\psi = -1$, $\psi(1+\psi) = 0$ car le *hedger* n'est exposé qu'à $\tilde{v}$ (si $\psi = 0$) ou à $\tilde{p}$ (si $\psi = 1$).

[49] $|\psi| > 1$ correspond à une opération de sur-couverture, *i.e.* $\psi < -1$: passage d'une position longue (resp. courte) à une position courte (resp. longue). Dans ce cas, une hausse de $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ est bénéfique pour le *hedger*. Cette situation est toutefois jugée irréaliste par Locke *et al.* (1999) : [...] *"over hedging" occurs when the covariance between the price and the asset value is large. Although an interesting theoretical possibility, "over hedging" may be quite rare in practice.*

par rapport à g est égale à

$$\left(\frac{2\lambda_{nt}}{\gamma\sigma_w}+\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})-\sigma_v^2\right)\frac{\partial}{\partial g}\,\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)+\left(\sigma_v^2-\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)-\frac{4\lambda_{nt}}{\gamma\sigma_w}\right)\frac{\partial}{\partial g}\,\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$$
$$+\frac{2}{\gamma\sigma_w}\left(2\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})-\sigma_v^2-\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)\right)\frac{\partial}{\partial g}\,\lambda_{nt} \tag{2.15}$$

avec

$$\frac{\partial}{\partial g}\,\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})=n\sigma_v^2\times\frac{\partial}{\partial g}\,\delta>0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial g}\,\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)=2\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)\times\frac{\partial}{\partial g}\,\delta>0.$$

D'après la contrainte (2.8) le premier terme de l'équation (2.15) est négatif. Effectivement la hausse de la volatilité du prix avec g incite le *hedger* à moins échanger. En revanche, le second terme de l'équation (2.15) révèle que le *hedger* est contraint d'échanger davantage pour neutraliser l'effet néfaste de la hausse de $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$ sur le dernier terme de l'équation (2.14). En effet, la hausse de g provoque indirectement un « effet à la Hirshleifer » : l'amélioration de l'information des spéculateurs stimule leur agressivité – δ augmente – ce qui élève la covariance entre $\tilde{p}$ de $\tilde{v}$ et érode donc les possibilités d'assurance/couverture offertes par le marché. Le second terme de l'équation (2.15) n'est toutefois positif que si le risque de l'actif et la risquophobie du *hedger* sont élevés, si la sélection adverse est modérée et si le prix est peu volatil. Sous ces conditions, le *hedger* décide de préserver sa diversification en échangeant davantage malgré le coût de cette opération (rappelons qu'une hausse de $|\psi|$ accroît les deux premiers termes de l'équation (2.14)). Finalement, le dernier terme de l'équation (2.15) est du signe contraire de celui de $\frac{\partial}{\partial g}\,\lambda_{nt}$. En effet, une baisse de λ_{nt} correspond à un recul de la sélection adverse qui, en réduisant la sensibilité du prix – premier terme de l'équation (2.14) – réduit les pertes du *hedger* et lui permet donc d'échanger davantage (et inversement). Le sens de variation de $|\psi|$ avec g dépend de la conjugaison de ces trois effets (donnée sous forme analytique dans l'annexe B.4).

Nous constatons cependant d'après l'équation (2.14) qu'en cas de hausse de g seule une baisse de λ_{nt} peut améliorer l'espérance d'utilité du *hedger*, en lui permettant d'augmenter $|\psi|$ pour réduire le dernier terme de l'équation (2.14). L'effet bénéfique de la baisse de λ_{nt} doit cependant suffire à compenser l'effet néfaste de la hausse de $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ et $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$, ce qui est le cas si le dernier terme de l'équation (2.15) est suffisamment important. En revanche, dans le cas où λ_{nt} augmente, l'espérance d'utilité du *hedger* se dégrade sans ambiguïté. Il réduit alors sa participation au marché – $|\psi|$ décroît – sauf dans certains cas extrêmes : si le second terme de l'équation (2.15) compense l'effet du premier et du dernier terme[50] ou en cas de sur-couverture ($|\psi|>1$) puisque la hausse de $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$ bénéficie au *hedger* dans cette situation jugée toutefois irréaliste (voir les notes 48 et 49).

Proposition 2.3.3. *Soit λ_{nt} la mesure de la* sélection adverse *sur le marché :*

[50] Ce qui n'arrive que pour de très rares valeurs des paramètres exogènes d'après nos simulations.

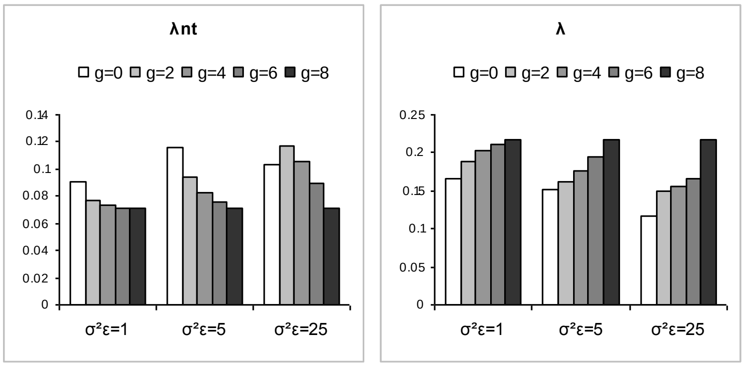


FIGURE 2.4 – Cette figure illustre l'effet d'une hausse de g sur λ_{nt} (panel de gauche) et λ (panel de droite) pour différentes valeurs de σ_ϵ^2. Pour $\sigma_\epsilon^2 = 1$ ou 5, l'effet-concurrence surpasse l'effet-précision. Ainsi, λ_{nt} diminue avec g. Le contraire apparaît pour $\sigma_\epsilon^2 = 25$ et $g \leq 2$ (l'effet-précision domine). Néanmoins, λ augmente avec g dans tous ces exemples, ce qui s'explique par une baisse de $|\psi|$ provoquée par la dégradation du rôle de partage de risque du marché (malgré la baisse de λ_{nt}). L'effet de g sur le « Lambda de Kyle » est ainsi modifié si la demande des *noise traders* est endogène. Les valeurs des autres paramètres exogènes sont $n = m = 9$, $\gamma = 2$, $\sigma_v^2 = 1$, $\sigma_w^2 = 2$ et $\rho = -0,125$.

- *si* $\frac{\partial}{\partial g}\ \lambda_{nt} > 0$ *l'espérance d'utilité du hedger se dégrade et il réduit son activité, i.e.* $|\psi|$ *diminue (sauf en cas de sur-couverture ou extrêmes) ;*
- *si* λ_{nt} *diminue fortement avec g le hedger améliore son espérance d'utilité en renforçant son activité, i.e.* $|\psi|$ *augmente ;*
- *si* λ_{nt} *diminue faiblement avec g l'espérance d'utilité du hedger se dégrade. La variation de* $|\psi|$ *est alors indéterminée et dépend de l'équation (2.15).*

En d'autres termes, si l'effet précision domine l'effet concurrence – λ_{nt} augmente – l'efficacité du marché se dégrade pour le *hedger* et il réduit son activité. Au contraire, si λ_{nt} diminue fortement, il la renforce avec profit.

Synthèse de l'effet du réseau sur la demande. (i) A λ donné l'effet-concurrence et l'effet-précision conduisent les spéculateurs à échanger plus agressivement, *i.e.* δ augmente ; (ii) la hausse de δ stimule la volatilité du prix et sa covariance avec $\tilde{v}$, deux conséquences néfastes pour le *hedger* (sauf en cas de sur-couverture) ; (iii) si l'effet-précision domine l'effet-concurrence, c'est à dire si la sélection adverse sur le marché s'accentue, l'effet néfaste de la hausse de g pour le *hedger* est renforcé par la hausse de λ_{nt}. Alors son espérance d'utilité se dégrade et il réduit sa demande ($|\psi|$ diminue). En revanche si l'effet-concurrence domine lors de l'étape (iii), le coefficient λ_{nt} diminue. Si cette diminution est assez forte, c'est à dire si la sélection adverse recule suffisamment, le *hedger* renforce avec bénéfice son activité ($|\psi|$ augmente).

Dans tous les cas, la variation de $|\psi|$ avec g peut accentuer l'effet de la variation de λ_{nt}

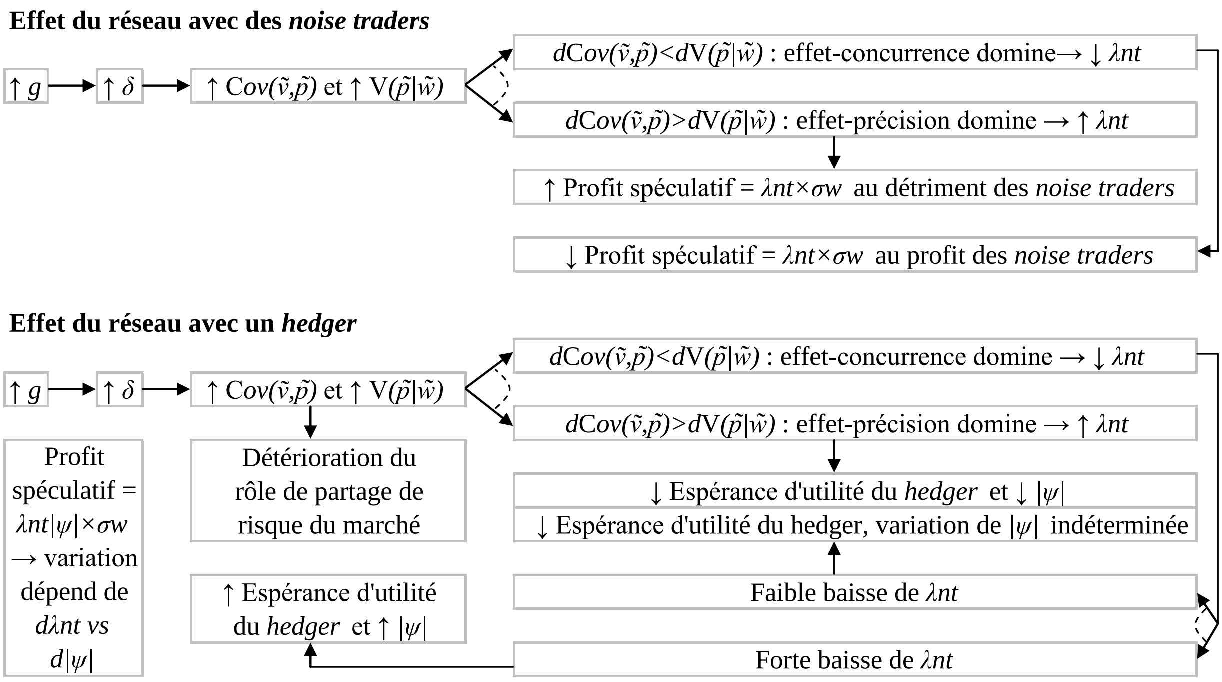


FIGURE 2.5 – Le premier schéma décrit l'effet d'une hausse de g lorsque la liquidité du marché est apportée par des *noise traders* dont la demande aléatoire est égale à $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ (cf. remarques 2.3.1 et 2.3.2). Le second schéma décrit ces effets lorsque les *noise traders* sont remplacés par un *hedger* dont la demande est égale à $\psi\tilde{w}_k$.

sur $\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi|\sigma_w}$ (si $|\psi|$ et λ_{nt} varient dans le même sens) ou la contrarier (si $|\psi|$ et λ_{nt} varient en sens inverse). L'effet du réseau ne dépend donc plus seulement de la comparaison entre l'effet-précision et l'effet-concurrence qui détermine la variation de λ_{nt} (comme l'illustre l'exemple numérique donné en Figure 2.4). En outre, une baisse de λ_{nt} n'améliore pas forcément le bien-être des agents non spéculatifs. De même, une hausse de λ_{nt} n'élève pas forcément le profit des spéculateurs puisque les contreparties à leurs ordres se raréfient dans ce cas ($|\psi|$ diminue). La Figure 2.5 synthétise ces résultats.

2.4 Répartition de l'information et propriétés du marché

Dans cette section, nous évaluons les conséquence sur les propriétés du marché des effets décrits dans la section 2.3.3. Le degré de liberté du modèle étant élevé, nous utilisons des exemples numériques s'il n'est pas possible d'obtenir des résultats analytiques[51].

[51] Ces exemples numériques respectent la condition (2.8) d'existence de l'équilibre. Un fichier MS Excel est disponible auprès de l'auteur.

2.4.1 Volume de titres échangés, volatilité et efficience informationnelle du prix

La proposition suivante caractérise l'effet du réseau sur les propriétés du prix de marché et sur la quantité de titres qui y sont échangés.

Proposition 2.4.1. *La volatilité du prix du titre et son efficience informationnelle croissent avec g. En revanche, le volume de titres échangés peut décroître avec g pour certaines valeurs des paramètres exogènes.*

Démonstration. En annexe B.7, B.8 et B.9. □

Soit $\mathbb{V}(\tilde{p})$ la volatilité du prix et $\text{Eff}(\tilde{p})$ son efficience informationnelle. Nous obtenons

$$\frac{\partial \mathbb{V}(\tilde{p})}{\partial g} = \frac{\partial}{\partial g}\, n\delta\sigma_v^2 > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \text{Eff}(\tilde{p})}{\partial g} = \frac{\partial}{\partial g}\, n\delta > 0.$$

Ainsi, une meilleure répartition des signaux $\tilde{s}_i$ distribués aux spéculateurs stimule leur agrégation au prix de marché. Ce résultat intuitif est corroboré par Hong *et al.* (2000) qui montrent que le prix des titres couverts par des analystes *sell side* exhibe une forte efficience informationnelle. En effet, ces analyses correspondent à des informations semi-publiques (voir la discussion du réseau en section 2.2.3). Les modèles théoriques recensés en section 2.1.1 aboutissent également à cette conclusion. Rendre endogène la demande non spéculative ne change donc pas les résultats de Colla et Mele (2010) sur ce point, ce qui est d'ailleurs logique puisque ni la volatilité du prix, ni son efficience informationnelle ne dépendent de l'ampleur de la demande non spéculative dans le modèle de Kyle (1985) (si les spéculateurs sont neutres au risque). Nous ignorons l'effet de g sur la corrélation entre les ordres des spéculateurs puisque, là encore, rendre endogène la demande des *noise traders* ne change pas les résultats de Colla et Mele (2010). La hausse de g peut en revanche réduire le volume $\widetilde{\text{Vol}}$ de titres échangés sur le marché égal à (cf. annexe B.9)

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}}) = & \frac{1}{\sqrt{2 \times 3,14...}} \left(\phi n \sqrt{\sigma_v^2 + \frac{1+g\rho}{g+1}\sigma_\epsilon^2} + |\psi| m \sigma_w \right) \\ & + \frac{1}{\sqrt{2 \times 3,14...}} \sqrt{\phi^2 n \Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2 \Big) + h^2 m^2 \sigma_w^2}. \end{aligned} \tag{2.16}$$

En effet, les simulations numériques que nous avons effectuées démontrent que $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ décroît dès lors que $|\psi|$ diminue fortement avec g, comme l'illustre l'exemple numérique donné en Figure 2.6. Nous avons montré en section 2.3.3 que la demande des *hedgers* décroît si la hausse de g détériore le rôle de partage de risque du marché (c'est à dire si λ_{nt} augmente ou ne diminue pas assez pour compenser l'effet néfaste de la hausse de $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ et $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ pour les *hegers*). Nous constatons effectivement dans la Figure 2.6 que le volume de titres échangés recule avec g pour $\rho = -0,125$ c'est à dire lorsque l'effet-précision est très puissant.

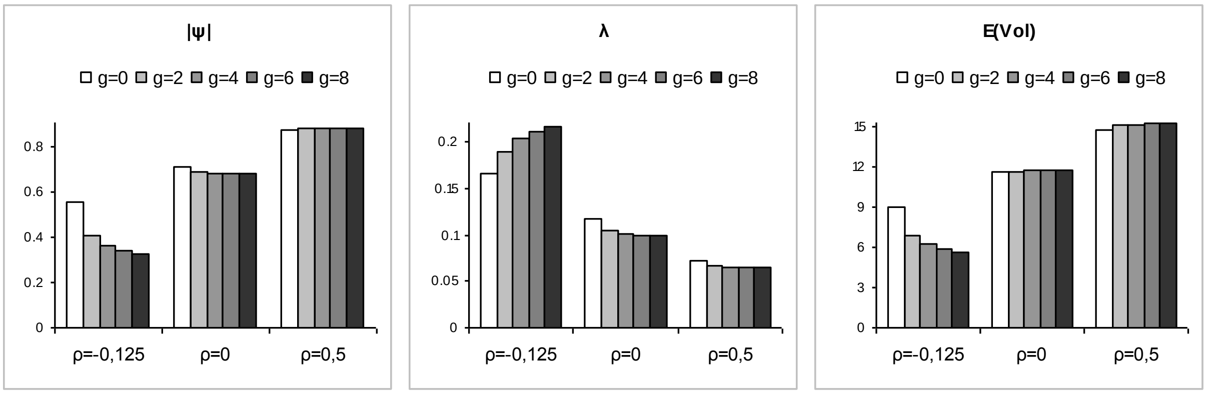


FIGURE 2.6 – Cette figure illustre l'effet d'une hausse de g sur $|\psi|$ (panel de gauche), λ (panel du milieu) et $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ (panel de droite) pour différentes valeurs de ρ. L'effet-précision domine si $\rho = -0,125$. La hausse de g dégrade alors fortement l'efficacité du marché pour les *hedgers* qui réduisent donc leur activité (chute de $|\psi|$), ce qui explique la chute du volume de titres échangés et de la liquidité (hausse de λ). Ces conséquences n'apparaissent pas pour les valeurs plus élevées de ρ, l'effet-précision étant moins fort. Les valeurs des autres paramètres exogènes sont $n = m = 9$, $\gamma = 2$, $\sigma_v^2 = \sigma_\epsilon^2 = 1$ et $\sigma_w^2 = 2$.

Dans les modèles théoriques recensés en section 2.1.1 le volume de titres échangés croît avec la connectivité du réseau. Un résultat étayé empiriquement par Dorn *et al.* (2008) qui démontrent que les volumes sont supérieurs sur les marchés où les ordres sont positivement corrélés (la corrélation entre les ordres spéculatifs q_i et q_j croît avec g). Le résultat de la proposition 2.4.1 selon lequel le volume de titres échangés peut décroître avec g est donc original. Il convient toutefois de rappeler qu'il s'agit d'une conséquence de long terme puisqu'elle dépend de l'adaptation des acteurs non spéculatifs du marché à l'évolution de ses propriétés. Il serait donc intéressant d'évaluer si une amélioration structurelle de la répartition de l'information parmi les investisseurs institutionnels d'un marché peut, en améliorant leurs « avantage informationnel », provoquer un recul des transactions qui y sont réalisées voire, de sa liquidité, en dissuadant les agents non spéculatifs d'y participer.

2.4.2 Utilité espérée des *hedgers* et profit des spéculateurs

Nous avons montré en section 2.3.3 que la perte monétaire de chaque *hedger* est égale à $\lambda_{nt}|\psi|\sigma_w$. Puisque nous avons $|\psi| = 1$ si nous substituons aux *hedgers* des *noise traders* dont la variance de la demande aléatoire est égale à σ_w^2, nous obtenons que le profit spéculatif est égal à $\pi' = \lambda_{nt}\sigma_w$ sous cette hypothèse (voir les remarques 2.3.1 et 2.3.2). L'effet du partage d'information en matière de bien-être est alors très simple puisque toute hausse de λ_{nt} avec g provoque une hausse de π' au détriment des *noise traders* et inversement (Colla et Mele, 2010).

L'analyse est plus complexe lorsque la demande non spéculative est endogène. En effet, le profit spéculatif total en présence de m *hedgers* est égal à $\pi = \lambda_{nt}|\psi|m\sigma_w$ et ne dépend plus seulement de λ_{nt} puisque $\frac{\partial}{\partial g}\,\pi > 0$ si et seulement si

$$\frac{\partial \lambda_{nt}}{\partial g} > -\frac{\lambda_{nt}}{|\psi|} \times \frac{\partial |\psi|}{\partial g}. \tag{2.17}$$

Ainsi, une raréfaction des contreparties aux ordres des spéculateurs – une diminution de $|\psi|$ – peut annuler l'effet bénéfique sur π d'une hausse de λ_{nt} avec g. A l'inverse, une hausse de $|\psi|$ peut compenser une diminution de λ_{nt} avec g.

Quant au bien-être d'un *hedger*, il est mesuré par son espérance d'utilité que nous obtenons en prenant l'espérance de l'équation (2.14) :

$$\mathbb{E}(\overline{\pi}_k) = -\lambda_{nt}|\psi|\sigma_w^2 - \frac{\gamma}{2}\psi^2\sigma_w^2\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) - \frac{\gamma}{2}\sigma_w^2\Big((1+\psi)^2\sigma_v^2 - 2\psi(1+\psi)\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})\Big) \tag{2.18}$$

avec $\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})$ et $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ donnés en annexe B.1 par l'équation (B.1) lorsque $m > 1$. Comme nous l'avons expliqué en section 2.3.3, l'espérance d'utilité dépend de λ_{nt} ainsi que de l'efficacité du partage de risque sur le marché. Nous obtenons alors que l'introduction du réseau (ou le renforcement de sa connectivité) peut avoir quatre effets différents en matière de bien-être social selon les valeurs des paramètres exogènes.

Proposition 2.4.2. *Selon les valeurs des paramètres exogènes, l'introduction du réseau ou la hausse de g provoque l'un des quatre effets suivants :*

- *Effet-précision pur : si l'effet-précision est très fort, la hausse de g améliore le profit spéculatif au détriment de l'utilité espérée des hedgers.*
- *Effet-concurrence pur : si l'effet-concurrence est très fort, la hausse de g réduit le profit spéculatif au profit de l'utilité espérée des hedgers.*
- *Détérioration de Pareto : pour certaines valeurs des paramètres exogènes, la hausse de g détériore le profit spéculatif et l'utilité espérée des hedgers.*
- *Amélioration de Pareto : pour certaines valeurs des paramètres exogènes, la hausse de g améliore le profit spéculatif et l'utilité espérée des hedgers.*

Effet-précision pur. Le résultat de Colla et Mele (2010) selon lequel l'introduction du réseau améliore le profit spéculatif au détriment des agents non spéculatifs si l'effet-précision domine l'effet-concurrence est un cas particulier lorsque la demande non spéculative est endogène. En d'autres termes, une hausse de λ_{nt} ne correspond plus forcément à une amélioration du profit spéculatif au détriment des agents non spéculatifs. Effectivement si λ_{nt} augmente avec g, l'efficacité du marché du point de vue des *hedgers* se dégrade, ce qui provoque une baisse de $|\psi|$ (proposition 2.3.3). La condition (2.17) révèle alors que seule une forte hausse de λ_{nt} améliore le profit spéculatif, *i.e.* π n'augmente avec g lorsque $\frac{\partial}{\partial g}\,\lambda_{nt} > 0$ si et seulement si

$$\frac{\partial \lambda_{nt}}{\partial g} > -\frac{\lambda_{nt}}{|\psi|} \times \frac{\partial |\psi|}{\partial g} > 0. \tag{2.19}$$

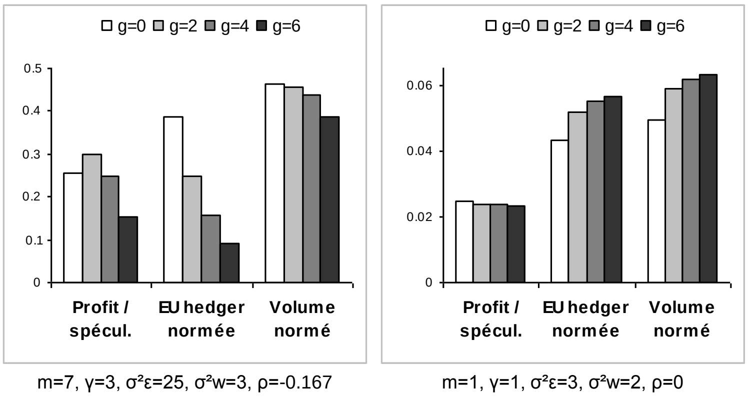


FIGURE 2.7 – Cette figure illustre l'effet d'une hausse de g sur le profit moyen par spéculateur (égal à $\lambda_{nt} m \sigma_w$), l'espérance d'utilité par *hedger* et $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ pour $n = 7$, $\sigma_v^2 = 1$ et deux ensembles de valeurs des autres paramètres exogènes. Dans le panel de gauche, le profit du spéculateur augmente au détriment du bien-être des *hedgers* pour $g \leq 2$. En effet, λ_{nt} augmente fortement du fait de l'importance de l'effet-précision (ρ est négatif et σ_ϵ^2 est élevé). Cette hausse dégrade l'espérance d'utilité des *hedgers* et les contraint à réduire leur activité (d'où la baisse du volume de titres échangés). L'importance de la hausse de λ_{nt} compense toutefois l'effet néfaste de la baisse de $|\psi|$ sur le profit spéculatif. Le contraire apparaît dans le panel de droite : une forte chute de λ_{nt} permet au *hedger* de renforcer son activité avec profit, ce qui explique la hausse de $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ et la chute du profit spéculatif (néanmoins limitée par la hausse de $|\psi|$).

En résumé si l'introduction du réseau renforce la sélection adverse – hausse de λ_{nt} avec g – l'espérance d'utilité des *hedgers* se dégrade. En revanche, le profit des spéculateurs ne s'améliore pas forcément (premier point de la proposition 2.4.2).

Effet-concurrence pur. De façon analogue, seule une forte baisse de λ_{nt} peut améliorer le bien-être des agents non spéculatifs, comme nous l'avons expliqué en section 2.3.3. En effet, la hausse de $\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k)$ et de $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ avec g dégrade le rôle de partage de risque du marché. En outre, si la baisse de λ_{nt} est suffisante pour permettre aux *hedgers* de renforcer leur participation au marché avec bénéfice, la hausse de $|\psi|$ peut compenser l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif π. En résumé en cas de baisse de λ_{nt}, l'amélioration du bien-être des agents non spéculatifs n'est pas assurée et n'a pas forcément pour contrepartie une dégradation du profit spéculatif (second point de la proposition 2.4.2).

Les effets du partage d'information en matière de bien-être obtenus sous les hypothèses de Colla et Mele (2010) sont donc des cas particuliers qui surviennent sous des conditions plus restreintes qu'en présence de *noise traders*. Nous en donnons des exemples numériques en Figure 2.7.

Détérioration de Pareto. Nous avons expliqué en section 2.3.3 que l'espérance d'utilité des *hedgers* décroît lorsque λ_{nt} augmente avec g – l'effet précision domine l'effet concur-

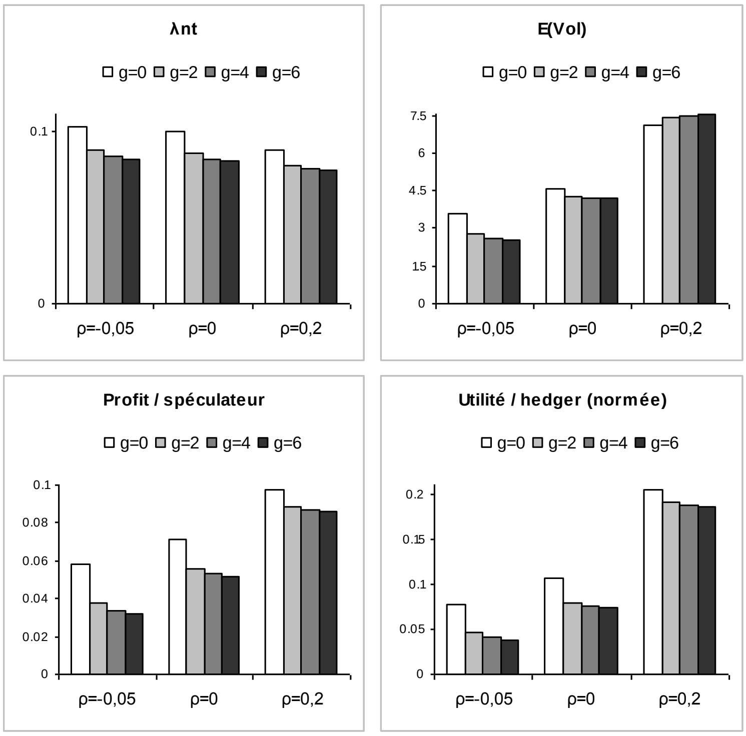


FIGURE 2.8 – Cette figure illustre l'effet néfaste d'une hausse de g sur le profit par spéculateur et sur l'espérance d'utilité des *hedgers* pour $n = m = 7$, $\gamma = 1$, $\sigma_v^2 = \sigma_\epsilon^2 = 1$, $\sigma_w^2 = 2$ et différentes valeurs de ρ. Dans tous les cas λ_{nt} décroît avec g (l'effet-concurrence domine l'effet-précision). Malgré cela, l'espérance d'utilité des *hedgers* diminue. En effet, la hausse de g provoque aussi une augmentation de la variance du prix du titre et de sa covariance avec $\tilde{v}$ qui détériore le rôle de partage de risque du marché. Les *hedgers* réduisent donc leur activité, ce qui explique la baisse de $\mathbb{E}(\tilde{\text{Vol}})$ (sauf pour $\rho = 0.2$ où l'effet de g sur l'équilibre est moins important). La baisse conjointe de λ_{nt} et de $|\psi|$ dégrade alors fortement le profit spéculatif.

rence. Les *hedgers* réduisent alors leur participation au marché, ce qui raréfie les contreparties aux ordres des spéculateurs. Par conséquent, la dégradation de l'espérance d'utilité des *hedgers* peut s'accompagner d'une chute du profit spéculatif (si la condition (2.19) n'est pas respectée). Dans le cas inverse où λ_{nt} diminue avec g – l'effet concurrence domine l'effet précision – il ne s'agit pas d'une condition suffisante à l'amélioration de l'espérance d'utilité des *hedgers* (proposition 2.3.3). En outre, si ces derniers réduisent leur activité, l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif est renforcé par la baisse de $|\psi|$. En résumé, une hausse de g peut provoquer une dégradation du bien-être de tous les acteurs du marché (troisième point de la proposition 2.4.2). La Figure 2.8 présente un exemple numérique de ce résultat.

D'après nos simulations numériques, ce résultat apparaît pour un large ensemble de valeurs des paramètres exogènes. En effet, il peut survenir dans le cas où l'effet-précision domine (λ_{nt} augmente) ainsi que dans le cas où l'effet-concurrence domine (λ_{nt} diminue). Cette remarque souligne que la façon dont l'information financière est distribuée a un effet de grande ampleur sur le bien-être social. Des études empiriques démontrent d'ailleurs que les propriétés d'un marché et la valeur de l'information financière sont très sensibles à son accessibilité, ainsi qu'à sa vitesse de diffusion parmi les investisseurs (Fang et Peress, 2009 ; Peress, 2014 ; Manela, 2014). L'effet potentiellement néfaste du partage d'information est aussi documenté par Augustiani *et al.* (2015) qui montrent que les fonds d'investissement interconnectés (qui ont des gestionnaires communs) détiennent des portefeuilles similaires et réalisent de moins bonnes performances que les fonds peu connectés (dont les stratégies sont exclusives).

L'effet bénéfique de la hausse de g sur l'efficience informationnelle du prix relative toutefois son impact potentiellement néfaste sur le bien-être des participants au marché (proposition 2.4.1). En effet, l'efficience informationnelle des marchés financiers a un rôle essentiel puisque les variations de prix des titres offrent des informations précieuses aux décideurs économiques[52]. Précisons aussi que dans un modèle dynamique, la hausse de g accélère l'agrégation au prix des signaux $\tilde{s}_i$ distribués aux spéculateurs (Colla et Mele, 2010). La hausse de g bénéficie alors aux spéculateurs qui ont un horizon d'investissement de court-terme, *i.e.* qui doivent céder leurs titres avant que le paiement risqué $\tilde{v}$ ne soit révélé (comme le montre Manela, 2014 dans un contexte proche).

Amélioration de Pareto. Nous montrons maintenant qu'une hausse de g peut améliorer le bien-être de tous les agents. Admettons que λ_{nt} baisse fortement avec g – l'effet concurrence domine – ce qui permet aux *hedgers* d'accroître avec profit leur participation au marché (proposition 2.3.3). Alors, si la hausse de $|\psi|$ compense l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif, le bien-être des spéculateurs s'accroît également. En effet nous vérifions que $\frac{\partial}{\partial g}\,\pi > 0$ si

$$\frac{\lambda_{nt}}{|\psi|} \times \frac{\partial|\psi|}{\partial g} > -\frac{\partial \lambda_{nt}}{\partial g} > 0.$$

Cette condition est vérifiée si $|\psi|$ augmente fortement, ce qui est le cas si l'efficacité du marché du point de vue des *hedgers* s'améliore significativement avec g. Nos simulations numériques et les exemples donnés en Figure 2.9 suggèrent que c'est le cas sur un marché initialement peu liquide, *i.e.* où la sélection adverse est initialement forte. La hausse de g la réduit alors fortement *via* l'effet-concurrence. Cette conséquence est néfaste pour les spéculateurs si la demande des agents non spéculatifs est inélastique puisqu'elle correspond à une détérioration de leur « avantage informationnelle ». En revanche, si la demande des

[52] Par exemple, l'évolution du prix du titre d'une entreprise cotée après l'annonce d'une décision d'investissement par ses dirigeants permet d'évaluer la viabilité du projet du point de vue du marché. Une idée qui a d'abord été défendue par Hayek (1945) et a été approfondie par Goldstein et Guembel (2008), Goldstein et Yang (2015) ou encore Goldstein *et al.* (2015).

noise traders est endogène, la demande non spéculative augmente fortement, ce qui offre aux spéculateurs davantage de contreparties en compensation.

Considérons l'exemple schématisé d'une entreprise peu médiatisée dont le titre est peu couvert par les analystes *sell-side* et par la presse financière. Les spéculateurs qui décident d'évaluer cette entreprise doivent donc fournir un effort important pour récolter des données qui la concernent, et ne peuvent donc estimer sa valeur avec précision[53]. En contrepartie, ils bénéficient d'un quasi-monopole sur les informations qu'ils récoltent, ce qui leur permet de les exploiter avec parcimonie pour en maximiser la valeur (Di Mascio *et al.*, 2015). Le marché est alors caractérisé par une forte sélection adverse qui dissuade les agents non spéculatifs d'y participer. Admettons maintenant que l'entreprise bénéficie d'un regain médiatique. Les spéculateurs accèdent plus facilement aux informations qui la concernent. Cependant, puisque ces dernières sont maintenant semi-publiques, ils se livrent à une concurrence plus rude pour les exploiter. Par conséquent, la sélection adverse sur le marché recule, ce qui accroît le volume d'ordres non spéculatifs. Au final, les spéculateurs perdent leur capacité à agir de façon stratégique mais bénéficient de plus de contreparties. Une hausse de g peut donc expliquer la transformation d'un marché peu liquide, où seuls les agents initiés échangent, en un marché liquide où le volume de titres échangés et l'efficience informationnelle du prix sont significativement supérieurs.

Précisons que ce résultat est original puisqu'il n'est pas possible d'obtenir une amélioration conjointe du profit spéculatif, de l'espérance d'utilité des *hedgers* et de l'efficience informationnelle du prix du titre dans le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992) où $g = \rho = 0$ (et *a fortiori* dans le modèle de Kyle, 1985).

Proposition 2.4.3. *Soient $n, \sigma_v^2, \sigma_\epsilon^2, \rho$ et g les paramètres exogènes qui déterminent les propriétés des signaux $\tilde{s}_i$ et leur répartition parmi les spéculateurs. Alors seule une hausse de g peut simultanément améliorer le profit des spéculateurs, l'espérance d'utilité des hedgers et l'efficience informationnelle du prix de l'actif risqué.*

Spiegel et Subrahmanyam (1992) montrent qu'une hausse de n ou de σ_v^2 réduit l'espérance d'utilité des *hedgers*. Ils démontrent également que réduire l'un de ces deux paramètres détériore l'efficience informationnelle du prix du titre. Pour certaines valeurs des paramètres exogènes, augmenter σ_ϵ^2 ou ρ améliore le profit des spéculateurs ainsi que le bien-être des *hedgers*. Cependant, augmenter l'un de ces paramètres dégrade l'efficience informationnelle du prix du titre[54]. En revanche, réduire σ_ϵ^2 améliore l'efficience informationnelle du prix du titre mais ne peut simultanément améliorer le profit des spéculateurs et

[53]Rappelons que nous désignons par « spéculateurs » les agents qui échangent dans le but d'exploiter avec profit des informations dont ils disposent sur la valeur d'un actif risqué. Au contraire, les agents « non spéculatifs » ne sont pas informés et échangent pour un motif de liquidité, pour couvrir une position, pour constituer un portefeuille diversifié de titres dans une logique d'épargne, etc. Ils décident donc de participer à un marché en fonction de sa liquidité, de sa volatilité, de la sélection adverse, *i.e.* des pertes qu'ils risquent d'y subir du fait de la présence des spéculateurs, etc.

[54]En prenant la valeur de $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ donnée en annexe B.8, nous vérifions que sa dérivée par rapport à σ_ϵ^2 ou ρ est négative.

l'espérance d'utilité des *hedgers*[55]. Finalement, réduire ρ détériore le bien-être des *hedgers* au profit des spéculateurs[56].

En résumé, l'introduction d'un réseau cyclique dans le modèle de Kyle (1985) affecte fortement les propriétés du marché lorsque la demande non spéculative est endogène. En particulier, l'introduction du réseau peut simultanément améliorer le bien-être de tous les agents ainsi que l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original qu'il n'est pas possible d'obtenir dans le modèle de Spiegel et Subrahmanyam (1992). Cependant, pour d'autres valeurs des paramètres exogènes, l'introduction du réseau détériore le bien-être de tous les agents.

D'un point de vue empirique, il semble alors nécessaire d'évaluer l'effet structurels d'une modification de la répartition de l'information parmi les spéculateurs, pour tenir compte de l'adaptation des agents non spéculatifs aux évolutions des propriétés du marché. Effectivement, cette externalité affecte significativement les résultats attendus. Les exemples d'interprétations d'une hausse de g qui sont donnés en section 2.2.3 peuvent constituer le point de départ d'un tel travail. En particulier, il semble intéressant d'évaluer si un renforcement de la concurrence entre les investisseurs peut, en améliorant l'efficacité du marché du point de vue des agents non spéculatifs, provoquer un accroissement structurel les volumes échangés sur le marché et, par ce biais, de la valeur de l'information financière, tout en stimulant l'efficience informationnelle du prix du titre.

Robustesse des résultats et liens avec d'autres travaux. Il existe une méthode alternative qui permet de rendre (partiellement) endogène la demande non spéculative. Considérons le même modèle, excepté que les *hedgers* sont remplacés par un continuum d'agents atomistiques non informés. Chacun de ces agents $k \in [0, 1]$ dispose de $\tilde{w}_k = \tilde{w} + \tilde{z}_k$ titres avec $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ et $\tilde{z}_k$ un bruit blanc gaussien. Ces agents obtiennent une utilité exogène $x > 0$ s'ils liquident leur portefeuille de titres. Plus leur besoin de liquidité est pressant, plus le montant x est élevé. Des *noise traders* soumettent également une demande $\tilde{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$. Soit $l \in [0; 1]$ la fraction des agents k qui décident de liquider leurs titres. La demande non spéculative est alors égale à $\tilde{u} + \int_0^l \tilde{w}_k dk = \tilde{u} + l\tilde{w}$. Sous cette hypothèse, le gain total d'un agent k qui décide de liquider ses titres est égal à $x + \mathbb{E}[\tilde{w}_k(\tilde{v} - \tilde{p})] = x - \lambda l \sigma_w^2$. L'utilité de réservation des agents non spéculatifs étant nulle, ils décident de liquider leurs titres tant que le gain qu'ils retirent de cette opération est positif. Ainsi, l est donné par $l = \frac{x}{\lambda \sigma_w^2}$. Comme dans le cas où la liquidité du marché est apportée par des *hedgers*, la demande non spéculative décroît avec λ. En revanche, ni le rôle de partage de risque du marché ni la volatilité du prix n'influencent la demande non spéculative. Les agents que

[55] Le premier terme de l'équation (2.18) correspond à la perte monétaire accumulée par chaque *hedger*. Ainsi, si le profit spéculatif augmente en cas de baisse de σ_ϵ^2, le premier terme de l'équation (2.18) croît. Pour que l'espérance d'utilité du *hedger* augmente malgré cela, il faut donc que $\mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{w}_k)$ et $\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{p})$ diminuent. Or, ces deux statistiques augmentent en cas de baisse de σ_ϵ^2 (leur dérivée par rapport à σ_ϵ^2 est négative).

[56] Ce qui explique qu'une hausse de ρ relâche la contrainte d'existence de l'équilibre, comme nous l'avons montré dans la proposition 2.3.2.

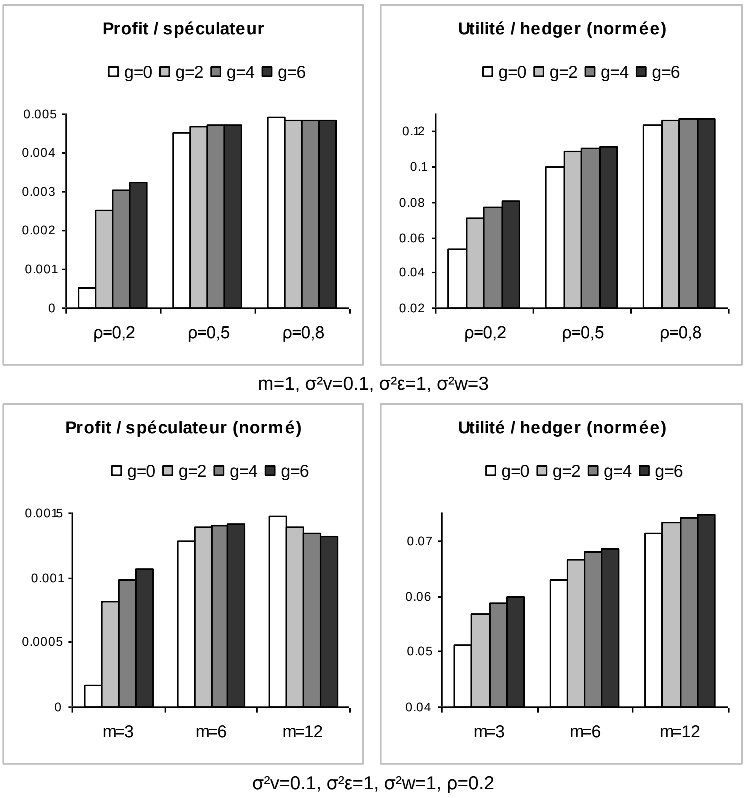


FIGURE 2.9 – Cette figure illustre l'effet bénéfique d'une hausse de g sur le profit par spéculateur et sur l'espérance d'utilité des *hedgers* pour deux ensembles de valeurs des paramètres exogènes. Dans tous les cas, la hausse de g provoque une forte baisse de λ_{nt} – l'effet-concurrence domine l'effet-précision – qui conduit les *hedgers* à renforcer avec bénéfice leur participation au marché (amélioration de leur utilité espérée). La hausse de $|\psi|$ compense alors l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif, ce qui explique son inflation, excepté pour $\rho = 0,8$ dans le premier exemple et pour $m = 12$ dans le second exemple. En effet, le marché est très liquide lorsque $\rho = 0,8$ même si $g = 0$ puisque les spéculateurs se livrent à une forte concurrence (les signaux $\tilde{s}_i$ qui leur sont distribués étant redondants). La hausse de g n'améliore donc pas significativement l'efficacité du marché du point de vue des *hedgers*. Par conséquent, l'effet de g sur leur demande est marginal et ne provoque pas une hausse de $|\psi|$ suffisante pour compenser l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif. La logique est la même pour $m = 12$ dans le second exemple. Les *hedgers* bénéficient d'un marché très liquide même pour $g = 0$ puisque $\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi| m \sigma_w}$. La hausse de g a donc un effet marginal sur l'efficacité du marché de leur point de vue. Par conséquent, la hausse de $|\psi|$ ne suffit pas à compenser l'effet néfaste de la baisse de λ_{nt} sur le profit spéculatif.

nous venons de définir sont donc des *hedgers* neutres au risque qui retirent une satisfaction exogène de la cession de leurs titres sur le marché (ainsi $l = 0$ si $x = 0$).

Nous retrouvons les résultats de la proposition 2.4.2 sous cette hypothèse. En effet, si en cas de hausse de g l'effet-concurrence domine l'effet-précision, la sélection adverse sur le marché diminue et l augmente, ce qui apporte plus de contreparties aux ordres des spéculateurs en compensation. Alors, si la hausse de l est suffisamment forte, le profit spéculatif s'accroît avec g. Si nous admettons que la hausse de l correspond à une amélioration du bien-être des agents non spéculatifs, nous vérifions qu'une hausse de g peut produire une amélioration de Pareto. De façon symétrique, si l'effet-précision domine l'effet-concurrence l'accroissement de la sélection adverse peut conduire à une détérioration du bien-être de tous les acteurs du marché en provoquant une baisse de l.

Han *et al.* (2014) considèrent un marché à la Grossman et Stiglitz (1980) où la demande non spéculative est formalisée de la façon que nous venons de décrire, et où chaque spéculateur reçoit le signal privé $\tilde{s}_i$ ainsi que le signal public $\tilde{s} = \tilde{v} + \tilde{\eta}$ (communication de la firme). Ils montrent que la révélation du signal public réduit la sélection adverse sur le marché en conduisant les spéculateurs à exploiter « plus agressivement » leur information. Par conséquent, la demande non spéculative s'accroit – l augmente – ce qui dégrade l'efficience informationnelle du prix du titre (qui dépend négativement de l'ampleur de la demande non spéculative dans le modèle de Grossman et Stiglitz, 1980). Han *et al.*, 2014 soulignent donc un dilemme qui peut se présenter aux entreprises qui souhaitent communiquer davantage (ou aux autorités qui désirent renforcer cette communication par des moyens légaux).

Notre modèle peut être considéré comme une version stratégique de celui de Han *et al.* (2014) avec des spéculateurs neutres au risque et une demande non spéculative entièrement endogène[57]. En effet, renforcer la connectivité du réseau (augmenter g) a le même effet qu'un signal public : les prévisions des spéculateurs deviennent moins disparates et plus précises. Comme dans le modèle de Han *et al.* (2014), la hausse de g peut conduire à un accroissement de la demande non spéculative. En revanche, cette externalité n'a pas d'effet négatif sur l'efficience informationnelle : cette dernière augmente systématiquement avec g. Néanmoins, notre modèle peut lui aussi conduire à un dilemme entre efficience informationnelle du prix et bien-être des agents non spéculatifs. En effet, la hausse de g peut dégrader l'efficacité du marché du point de vue des *hedgers* pour certaines valeurs des paramètres exogènes. Ainsi, nous complétons résultats de Han *et al.* (2014).

2.4.3 Convergence vers un marché atomistique

Nous considérons dans cette sous-section la convergence vers un marché atomistique en admettant que $n \to \infty$ (et ainsi que $\rho \geq 0$). Cette hypothèse nous permet d'évaluer l'effet du réseau sur un marché de grande taille où agissent des spéculateurs neutres au risque. En

[57] L'utilité x que retirent les agents non spéculatifs de la cession de leurs titres est exogène dans le modèle de Han *et al.* (2014).

effet, si Ozsoylev et Walden (2011) considèrent l'effet du réseau sur un marché atomistique, ils utilisent un modèle à la Grossman et Stiglitz (1980) qui ne permet pas d'utiliser des spéculateurs neutres au risque (voir la note 12). Nous obtenons d'abord que

$$\lim_{n\to\infty} |\psi| = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{n\to\infty} n\delta = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \rho\sigma_\epsilon^2}.$$

En prenant l'espérance inconditionnelle de $n \times \mathbb{E}(\pi_i|\tilde{x}_i)$ nous obtenons le profit spéculatif total π. Nous admettons que m croît au même rythme que n. Nous obtenons à partir des limites données ci-dessus que (cf. annexe B.10)

$$\lim_{n,m\to\infty} \pi = \frac{\sigma_v^2\sigma_w}{\sigma_v^2 + \rho\sigma_\epsilon^2}\sqrt{\sigma_v^2 + \frac{1+g\rho}{g+1}\sigma_\epsilon^2}.$$

Ainsi, sur un marché atomistique où échangent des spéculateurs neutres au risque, le profit spéculatif décroît avec g. Dans le modèle de Ozsoylev et Walden (2011) π est maximisé pour un réseau uniforme à la connectivité intermédiaire, *i.e.* $g \in (0, \infty)$. Ici, la connectivité optimale en matière de profit spéculatif est $g = 0$. Ce résultat souligne que l'effet bénéfique du réseau sur le bien-être de spéculateurs atomistiques provient essentiellement de leur aversion au risque. Si $\rho = g = 0$ nous obtenons $\pi = \sigma_w\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}$. Le profit spéculatif croît alors avec σ_ϵ^2. En effet, la concurrence à laquelle se livrent les spéculateurs recule lorsque les signaux qui leur sont distribués sont perturbés par des bruits indépendamment distribués[58]. La corrélation entre les bruits des signaux $\tilde{s}_i$ est en revanche positive lorsque $\rho > 0$. Alors sous cette hypothèse π est une fonction non monotone de σ_ϵ^2 puisque

$$\frac{\partial\pi}{\partial\sigma_\epsilon^2} > 0 \quad \text{si} \quad \sigma_\epsilon^2 < \frac{1-\rho(g+2)}{\rho(1+g\rho)}\sigma_v^2.$$

Ainsi, au delà d'un certain seuil, la détérioration de la qualité de l'information avec σ_ϵ^2 annule le bénéfice d'une concurrence moins forte. Plus g ou ρ sont élevés, plus ce seuil est bas. Effectivement, élever l'un de ces paramètres renforce la corrélation entre les perturbations des signaux $\tilde{x}_i$ des spéculateurs. Par exemple si $\rho = 1$ ou $g = n - 1$ tous les spéculateurs observent le même signal. Alors π décroît avec σ_ϵ^2 puisqu'une hausse de ce paramètre ne fait que dégrader la précision de l'information des spéculateurs sans pouvoir réduire la concurrence à laquelle ils se livrent. Nous obtenons ensuite que l'efficience informationnelle du prix du titre est donnée par

$$\lim_{n\to\infty} \text{Eff}(\tilde{p}) = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \rho\sigma_\epsilon^2}.$$

[58] Il convient évidemment de ne pas traiter le cas $\sigma_\epsilon^2 \to \infty$ comme donnant lieu à $\pi \to \infty$. En effet, nous avons alors $\pi = 0$ d'après la valeur limite de π donnée en annexe B.10 ($\sigma_\epsilon^2 \to \infty$ correspond à une absence d'information).

Alors $\mathrm{Eff}(\tilde{p}) = 1$ si $\rho = 0$, *i.e.* $\tilde{p}$ révèle parfaitement $\tilde{v}$. En effet lorsque le nombre de spéculateurs tend vers l'infini, observer $\tilde{p}$ équivaut à observer la moyenne de tous les signaux qui leur sont distribués[59]. Or, $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{i\in N} \tilde{x}_i = \tilde{v}$ si $\rho = 0$. En revanche, $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{i\in N} \tilde{x}_i$ est un étalement à moyenne constante de $\tilde{v}$ si $\rho > 0$ puisque les $\tilde{\epsilon}_i$ ne s'annulent pas par la loi des grands nombres s'ils sont corrélés. Pour cette raison, l'efficience informationnelle du prix décroît avec ρ. Notons que g n'a aucun impact sur $\mathrm{Eff}(\tilde{p})$ alors que l'efficience informationnelle du prix est une fonction positive de g dans le modèle de Ozsoylev et Walden (2011). Ce résultat souligne que sur un marché atomistique, la façon dont l'information financière est répartie n'affecte l'efficience informationnelle du prix qu'en affectant la participation des spéculateurs averses au risque (qui échangent de façon plus ou moins agressive selon la précision de leur estimation de $\tilde{v}$ qui dépend du nombre de signaux auxquels ils accèdent). Finalement nous avons

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}(\overline{\pi}_k) = -\frac{\gamma}{2} \times \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \rho\sigma_\epsilon^2}\sigma_v^2\sigma_w^2.$$

Alors si $\rho = 0$ l'espérance d'utilité des *hedgers* correspond à celle qu'ils obtiennent en conservant leurs titres, *i.e.* en attendant le versement du paiement risqué $\tilde{v}$. Effectivement, céder leurs titres ou les conserver est équivalent puisque $\tilde{p} = \tilde{v}$ si $\rho = 0$ (le marché n'a plus aucun rôle de partage de risque). La covariance entre $\tilde{p}$ et $\tilde{v}$ (égale à $n\delta\sigma_v^2$) décroît cependant avec ρ, ce qui explique que l'espérance d'utilité des *hedgers* soit une fonction croissante de ce coefficient de corrélation. Effectivement, augmenter ρ renforce le rôle de partage de risque du marché puisque $\tilde{p} \neq \tilde{v}$ si $\rho > 0$.

Proposition 2.4.4. *Soit $n, m \to \infty$. Alors le profit spéculatif décroît avec g. En revanche, l'espérance d'utilité des hedgers et l'efficience informationnelle du prix du titre ne dépendent plus de g.*

2.5 Conclusion

Colla et Mele (2010) présentent un modèle à la Kyle (1985) où des spéculateurs répartis sur un réseau cyclique partagent – volontairement ou indirectement – leurs signaux sur la valeur de l'actif risqué avec les agents auxquels ils sont reliés. Cette hypothèse permet de formaliser l'effet d'une meilleure répartition de l'information financière. En effet, les spéculateurs accèdent à une information plus précise. Cependant, cela les conduit aussi à se livrer à une concurrence plus rude pour exploiter l'opportunité d'arbitrage. L'ajout du réseau n'élève donc le profit des spéculateurs que si leurs prévisions sont fortement améliorées par ce biais. Le cas échéant, le profit spéculatif s'élève au détriment des *noise traders*, et inversement si le partage d'information est néfaste aux spéculateurs.

Dans cet article, nous prolongeons les résultats de Colla et Mele en rendant endogène la demande des *noise traders*. Cet exercice permet d'évaluer l'effet net de l'évolution de la

[59] Lambert *et al.* (2015) pour ce résultat avec une structure d'information quelconque.

répartition de l'information en matière de bien-être. En effet, puisque le partage d'information affecte fortement les propriétés du marché, il convient de tenir compte de l'adaptation des agents non spéculatifs, au moins dans une perspective de long terme. Pour cela, nous introduisons des *hedgers* à la Spiegel et Subrahmanyam (1992) qui échangent pour un motif de partage de risque. Alors, pour certaines valeurs des paramètres exogènes, l'introduction du réseau améliore simultanément le profit des spéculateurs, l'utilité espérée des *hegders* et l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original qu'il n'est pas possible d'obtenir dans le modèle de Spiegel et Subrahmanyam où seule la précision des signaux distribués est paramétrable (et *a fortiori* dans le modèle de Kyle, 1985). Néanmoins, pour d'autres valeurs des paramètres exogènes, le partage d'information détériore le bien-être de tous les agents. Ainsi, bien que notre modèle soit schématisé[60], il souligne que la façon dont l'information est distribuée affecte fortement le bien-être social.

Nous considérons ensuite la convergence du modèle vers un cadre atomistique afin d'évaluer l'effet du réseau sur un marché de grande taille avec des spéculateurs neutres au risque (la littérature existante ne considère que des agents averses au risque sous l'hypothèse d'atomicité). Sur un marché atomistique, la littérature montre que plus les spéculateurs sont averses au risque, plus ils retirent un bénéfice élevé de l'ajout du réseau, et plus cet ajout améliore l'efficience informationnelle du prix. Nous montrons que lorsque les spéculateurs sont neutres au risque, l'ajout du réseau n'a plus aucun effet sur l'efficience informationnelle du prix, et ne fait que dégrader le profit spéculatif. Ce résultat démontre que sur un marché de grande taille, les effets bénéfiques du réseau ne sont dus qu'à son effet positif sur le risque supporté par les investisseurs, ce qui les incline à échanger plus agressivement s'ils sont averses au risque.

Précisons que dans un soucis de simplicité, nous utilisons un réseau symétrique. Il serait intéressant de poursuivre cet exercice pour évaluer l'effet structurel d'une homogénéisation de la répartition de l'information, en partant d'un réseau asymétrique uniformisé par l'ajout de liens entre les spéculateurs excentrés. Cette hypothèse permettrait, par exemple, de formaliser l'effet d'un durcissement de la réglementation en matière de communication financière des firmes[61]. La complexité analytique engendrée par un réseau asymétrique étant élevée, ce travail devrait être réalisé en rendant endogène la demande non spéculative avec la méthode simplifiée présentée en section 2.4.

Références du chapitre 2

ADMATI A., PFLEIDERER P., A theory of intraday patterns: volume and price variabil-

[60] En effet, une meilleure répartition de l'information pourrait permettre aux *hedgers* d'y accéder et attirer plus de spéculateurs. Or, nous considérons que les *hedgers* ne sont pas informés et que le nombre n de spéculateurs est constant.

[61] Par exemple, la réglementation « Regulation Fair Disclosure » a interdite aux entreprises américaines de favoriser certains analystes lors de la communication de leurs résultats, et a donc homogénéisé l'accès des investisseurs à ces données (Brunnermeier, 2005).

ity, *Review of Financial Studies*, 1(1), 1988, 3-40.

AHERN K. R., Information Networks: Evidence from Illegal Insider Trading Tips, Document de travail, USC Marshall School of Business, 2015.

ANDREI D., CUJEAN L., Information Percolation, Momentum, and Reversal, Document de travail, UCLA Anderson School of Management, 2015.

AUGUSTIANI C., CASAVECCHIA L., GRAY J., Managerial Sharing, Mutual Fund Connections, and Performance, *International Review of Finance*, 15(3), 2015, 427-455.

BERNILE G., ALOK K., SULAEMAN J., Home Away From Home: Geography of Information and Local Investors, 2015, *Review of Financial Studies*, à paraître.

BLOOMFIELD R. J., O'HARA M., SAAR G., How Noise Trading Affects Markets: An Experimental Analysis, *Review of Financial Studies*, 22(6), 2009, 2275-2302.

BRUNNERMEIER M. K., Information Leakage and Market Efficiency, *Review of Financial Studies*, 18(2), 2005, 417-457.

CABALLE J., Transmission and Production of Information in Imperfectly Competitive Financial Markets, *Journal of Economics and Business*, 45(5), 1993, 40-419.

CHEN H., DE P., YU H., HWANG B.-H., Wisdom of Crowds: The Value of Stock Opinions Transmitted Through Social Media, *Review of Financial Studies*, 27(5), 2014, 1367-1403.

CHEN Z., LUO J., XIA C., A Theory of Conversations in Financial Markets, Document de travail, Nanyang Business School, 2015.

COHEN L., FRAZZINI A., MALLOY C., The Small World of Investing: Board Connections and Mutual Fund Returns, *Journal of Political Economy*, 116(5), 2008, 951-979.

COHEN L., FRAZZINI A., MALLOY C., Sell Side School Ties, *Journal of Finance*, 65(4), 2010, 1409-1437.

COLLA P., MELE A., Information Linkages and Correlated Trading, *Review of Financial Studies*, 23(1), 2010, 203-246.

COVAL J. D.,MOSKOWITZ T. J., The Geography of Investment: Informed Trading and Asset Prices, *Journal of Political Economy*, 109(4), 2001, 811-841.

CUJEAN J., The Social Dynamics of Performance, Document de travail, Robert H. Smith School of Business, University of Maryland, 2013.

DI MASCIO R., LINES A., NARAYAN Y. N., Alpha Decay, Document de travail, London Business School, 2015.

DORN D., HUBERMAN G., SENGMUELLER P., Correlated Trading and Returns, *Journal of Finance*, 63(2), 2004, 885-919.

EREN N., OZSOYLEV H. N., Communication Dilemma in Speculative Markets, Document de travail, Oxford Financial Research Centre Economics Series, 2006.

FANG L., PERESS J., Media Coverage and the Cross-Section of Stock Returns, *Journal of Finance*, 64(5), 2009, 2023-2052.

FENG L., SEASHOLE M. S., Correlated Trading and Location, *Journal of Finance*, 59(5), 2004, 2117-2144.

FOUCAULT T., LESCOURRET L., Information Sharing, Liquidity and Transaction Costs in Floor-Based Trading Systems, *Finance*, 24(1), 2004, 45-78.

FROOT K. A., SCHARFSTEIN D. S., STEIN J. C., Herd on the Street: Informational Inefficiencies in a Market with Short-Term Speculation, *Journal of Finance*, 47(4), 1992, 1461-1484.

GANGLMAIR B., HOLCOMB A., MYUNG N., Cutthroats and Comrades: Information Sharing Among Competing Fund Managers, Document de travail, The University of Texas at Dallas, 2015.

GAO P., Keynesian Beauty Contest, Accounting Disclosure, and Market Efficiency, *Journal of Accounting Research*, 46(4), 2008, 785-807.

GARCIA D., STROBL G., Relative Wealth Concerns and Complementarities in Information Acquisition, *Review of Financial Studies*, 24(1), 2011, 169-207.

GOLDSTEIN I., GUEMBEL A., Manipulation and the Allocational Role of Prices, *Review of Economic Studies*, 75(1), 2008, 133-164.

GOLDSTEIN I., EDMANS A., JIANG W., Feedback Effects, Asymmetric Trading, and the Limits to Arbitrage, 2015, *American Economic Review*, à paraître.

GOLDSTEIN I., YANG L., Information Diversity and Complementarities in Trading and Information Acquisition, 2015, *Journal of Finance*, à paraître.

GOLDSTEIN I., YANG L., Market Efficiency and Real Efficiency: The Connect and Disconnect via Feedback Effects, Document de travail, Wharton School, 2015.

GRANOVETTER M., The Impact of Social Structure on Economic Outcomes, *Journal of Economic Perspectives*, 19(1), 2005, 33-50.

GRAY W. R., KERN A. E., Do Fund Managers Identify and Share Profitable Ideas?, Document de travail, Chicago Booth School of Business, 2012.

GRINBLATT M., KOLEHARJU M., How Distance, Language and Culture Influence Stockholdings and Trade, *Journal of Finance*, 56(3), 2001, 1053-1073.

GROSSMAN S. J., STIGLITZ J. E., On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, *American Economic Review*, 70(3), 1980, 393-408.

GUISO L., SAPIENZA P., ZINGALES L., Does Culture Affect Economic Outcomes?, *Journal of Economic Perspectives*, 20(2), 2006, 23-48.

HAN B., TANG Y., YANG L., Public Information and Uninformed Trading: Implications for Market Liquidity and Efficiency, Document de travail, Rotman School of Management, University of Toronto, 2014.

HAN B., YANG L., Information Acquisition, Social Networks and Asset Prices, *Management Science*, 2013, 59(2), 2013, 1444-1457.

HAU H., Location Matters: An Examination of Trading Profits, *Journal of Finance*, 56(5), 2001, 1959-1983.

HAYEK F. A., The Use of Knowledge in Society, *American Economic Review*, 35(4), 1945, 519-530.

HONG H., KUBIK J. D., STEIN J. C., Social Interaction and Stock-Market Participation, *Journal of Finance*, 59(1), 2004, 137-163.

HONG H., KUBIK J. D., STEIN J. C., Thy Neighbor's Portfolio: Word-of-Mouth Effects in the Holdings and Trades of Money Managers, *Journal of Finance*, 60(6), 2005, 2801-2824.

HONG H., LIM T., STEIN J. C., Bad News Travels Slowly: Size, Analyst Coverage, and the Profitability of Momentum Strategies, *Journal of Finance*, 55(1), 2000, 265-295.

HONG H., RADY S., Strategic Trading and Learning about Liquidity, *Journal of Financial Markets*, 5(4), 2002, 419-450.

HU E., Information Diffusion in Institutional Investor Networks, Document de travail, Rice University, 2015.

INDJEJIKIAN R. J., HAI L., YANG L., Rational Information Leakage, *Management Science*, 60(11), 2014, 2762-2775.

IVKOVIC Z., WEISBENNER S., Local Does as Local Is: Information Content of the Geography of Individual Investors' Common Stock Investments, *Journal of Finance*, 60(1), 2005, 267-306.

IVKOVIC Z., WEISBENNER S., Information Diffusion Effects in Individual Investors' Common Stock Purchases: Covet Thy Neighbors' Investment Choices, *Review of Financial Studies*, 20(4), 2007, 1327-1357.

KYLE A. S., Continuous Auctions and Insider Trading, *Econometrica*, 53(6), 1985, 1315-1336.

KYLE A. S., Informed Speculation with Imperfect Competition, *Review of Economic Studies*, 56(3), 1989, 317-355.

KYLE A. S., HUI O.-Y., WEI B., A Model of Portfolio Delegation and Strategic Trading, *Review of Financial Studies*, 24(11), 2011, 3778-3812.

LAMBERT N. S., OSTROVSKY M., PANOV M., Strategic Trading in Informationally Complex Environments, Document de travail, Stanford Graduate School of Business, 2015.

LOCKE P. R., SARKAR A., WU L., Market Liquidity and Trader Welfare in Multiple Dealer Markets: Evidence from Dual Trading Restrictions, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1), 1999, 57-88.

MALLOY C. J., The Geography of Equity Analysis, *Journal of Finance*, 60(2), 2005, 719-755.

MANELA A., The value of diffusing information, *Journal of Financial Economics*, 111(1), 2014, 181-199.

MILGROM P., STOKEY N., Information, Trade and Common Knowledge, *Journal of Economic Theory*, 21(1), 1982, 2252-2280.

OZSOYLEV H. N., WALDEN J., Asset Pricing in Large Information Networks, *Journal of Economic Theory*, 146(6), 2011, 2252-2280.

OZSOYLEV H. N., WALDEN J., YAVUZ D., BILDIK R., Investor Networks in the Stock Market, *Review of Financial Studies*, 27(5), 2014, 1323-1366.

PERESS J., The Media and the Diffusion of Information in Financial Markets: Evidence from Newspaper Strikes, *Journal of Finance*, 69(5), 2014, 2007-2043.

POOL V., STOFFMAN K., YONKER S. E., The People in Your Neighborhood: Social Interactions and Mutual Fund Portfolios, 2015, *Journal of Finance*, à paraître.

RANCAN M., The Value of Social Networks in Financial Markets, Document de travail, European University Institute, 2013.

SCHMIDT D., Stock Market Rumors and Credibility, Document de travail, HEC Paris, 2015.

SHILLER R. J., POUND J., Survey Evidence on the Diffusion of Interest and Information Among Investors, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 12(1), 1989, 47-66.

SHU T., SUJAEMAN J., YEUNG P. E., Local Religious Beliefs and Mutual Fund Risk-Taking Behaviors, *Management Science*, 58(10), 2012, p. 1779-1796.

SPIEGEL M., SUBRAHMANYAM A., Informed Speculation and Hedging in a Noncompetitive Securities Market, *Review of Financial Studies*, 5(2), 1992, p. 307-329.

STEIN J. C., Conversations among Competitors, *American Economic Review*, 98(5), 2008, p. 2150-2162.

VIVES X., *Information and Learning in Markets: The impact of Market Microstructure*, Princeton University Press, 2008.

WALDEN J., Trading, Profits, and Volatility in a Dynamic Information Network Model, Document de travail, Haas School of Business, Berkeley, 2013.

XIA C., Communication and Confidence in Financial Networks, 2015, *Journal of Business and Economics*, à paraître.

Deuxième partie

Microéconomie appliquée à l'analyse de la coopération entre concurrents

3 Collaboration graduelle entre firmes asymétriques concurrentes

3.1 Introduction

Collaboration among competitors is a key issue. For instance in numerous contexts, a firm relies on the intellectual property of its competitors, or must collaborate with them in order to design a standard, to set up a joint venture or a patent pool, or to share know-how and trade secrets. Collaboration among firms is also a key issue when one deals with the question of the use of exhaustible resources, the transition toward cleaner production methods, the abandonment of anti-competitive practices or the reduction of production capacities in excess. However, firms are tempted to behave strategically when they cooperate because they also compete on the product market. For instance, they might free ride in order to obtain more than they contribute. These remarks also apply at a micro level. Indeed, collaborators might behave strategically in order to unilaterally benefit from others' effort. Hence, a mutually beneficial process of cooperation might be precluded for strategic reasons. Nevertheless, agents have means to ensure that their collaborators stick to a cooperative behavior. For instance, they can threaten their peers to stop to cooperate if one free rides, or use direct or legal threats of punishment. For instance if they are able contract, they can agree on penalties in case of non-compliance with the initial agreement. Nevertheless, many contexts are not contractable. Moreover, contributions can be irreversible. Hence, the usual tools explaining collaboration among competitors might be unavailable. Then, how firms can cooperate in such a restrictive context?

Objective of the paper. To answer this question, we consider the process of collaboration between two competitors whose the contributions are irreversible, and who are unable to use threats of punishment. We consider two firms and assume that each one has the possibility to make a certain number of contributions and compromises in order to reduce the production cost of its competitor. Hence, firms can mutually improve their gains by conceding reciprocal and mutually beneficial agreements. For instance, they can release their intellectual property, leak their trade secrets, abandon anti-competitive practices, exploit more cautiously the exhaustible resources they use, etc. In all these examples, each firm improves the profit of its rival. For instance, renouncing to protect its intellectual property or leaking its trade secrets allows a firm to improve the production technology of its competitor. Also, the abandonment of anti-competitive practices allows its rival to access more easily to suppliers and retailers. In the same vein, reducing its extraction capacity allows a firm to lower the price of the exhaustible resources that they use, and to ensure their availability in the long run. One can also consider the case of two firms deploying significant resources to influence the regulation in their own interest, in order to exclude their competitor from the market. Instead of engaging in a zero-sum game of lobbying, they can decide to cease this activity. One can also consider two firms in a declining industry agreeing to reduce their production capacity or to adopt cleaner production technologies.

In all these examples, firms mutually improve their profits by eliminating frictions and by enhancing their production process. However, if a firm unilaterally makes compromises, it becomes less competitive. Indeed, it unilaterally lowers the production cost of its competitor and thus allows the latter to earn market shares. As a result, the two firms have an incentive to free ride. One then obtains the standard result of a prisoners' dilemma: whereas cooperation is mutually beneficial, firms refuse it by fear of being cheated.

We consider an alternative solution for firms willing to engage in a mutually beneficial process of cooperation. We assume that they can progressively collaborate. For instance, firms can first concede a subset of the contributions that they are able to provide. It allows to interrupt the process of collaboration if one does not behave cooperatively. Said differently, gradualism arises endogenously as a discipline device: firms do not fully cooperate in order to save a means of pressure. For instance, if firms only release a share of their knowledge, keep some anti-competitive practices, do not abandon their entire production or extraction capacity in excess, they incentivize their competitor not to cheat. Indeed, the latter must then stick to a cooperative behavior in order to benefit from the future (potential) contributions from its collaborator. The fact that gradualism allows to avoid the non-cooperative outcome in a prisoners' dilemma is yet well know (Lockwood and Thomas, 2002). The aim of this paper is to embed this idea in an industrial organization context.

The model. In our model, two firms compete à la Bertrand on the competitive segment of a product market, and share the non-competitive segment of the market where they benefit from a monopoly position. The size of the competitive segment measures the intensity of competition. In the beginning of each period, firms simultaneously make some irreversible contributions in order to reduce the production cost of their competitor. Then, they produce and sell. After that, a new period occurs with a positive probability measuring the time horizon. If both firms have behaved cooperatively during the previous period i.e., have fairly contributed, they collaborate at new. Otherwise, the injured firm does not cooperate anymore. On this basis, we obtain firms' contributions during each period of the game as a function of the exogenous parameters. To do so, we compute the largest amount of contributions a firm can make under the constraint that its competitor has no incentive to free ride i.e., to cease to contribute.

Results. The main result is that a gradual process of collaboration only arises if competition is sufficiently low and firms' time horizon is sufficiently large. Otherwise, no cooperation occurs (the prisoners' dilemma outcome). The shorter is the time horizon, the lower are the contributions. Hence, whereas a short time horizon should encourage firms to collaborate as fast as possible, it harms the cooperation process. Indeed, a shorter time horizon lowers the value of future (potential) contributions, encouraging free riding. As a result, firms contribute less in order to reinforce their means of pressure. For instance, if firms are almost sure to be unable to collaborate anymore, they have a strong incentive to free ride. Indeed, they give a poor expected value to the future contributions from their competitor, except if the latter are very strong. Also, raising the size of the competitive segment of the market strongly slows down the collaboration process i.e., reduces firms' contributions during every period of the game.

Our model also allows for heterogeneity, and thus provides a contribution game with asymmetric players. Indeed, we assume that the total amount of contributions each firm can provide throughout the game is asymmetric. For instance, the production methods of the incumbent are more efficient, it holds more means of pressure on authorities, larger production or extraction capacities, etc. Different advantages explaining that its production cost is initially lower than the outsider's one. We show that the larger is this difference, the slower is the pace of the cooperation. Indeed, since the incumbent has less to obtain from the outsider than the outsider has to obtain from the incumbent, the incumbent has a strong incentive to free ride. Consequently, the outsider only accepts to cooperate very gradually. We also allow firms' contributions to be complements or substitutes. If they are complements, it means that each firm strongly relies on the contributions from its competitor. If firms contributions are perfect complements, the detrimental effect of heterogeneity among their initial endowments vanishes. Indeed, the incumbent then strongly relies on the contributions from its rival under this assumption. Thus, the latter obtains a strong means of pressure on the incumbent.

From a social welfare point of view, the optimal degree of competition between the two firms is much lower as compared to the one obtained when cooperation is ignored. Indeed in the latter case, social welfare is maximized when the competitive size of the market is set at its maximum level (perfect competition). However, too much competition impairs firms' ability to cooperate because it slows down the process of collaboration and eventually precludes it, which is detrimental to social welfare. Our model suggests that too much competition among firms might be harmful, especially if they strongly rely on each other.

To sum up, our framework schematizes a dilemma between competition and frictionless cooperation that might appear when firms consider agreeing on reciprocal compromises, but fear their peers will opportunistically contribute less. More broadly, it might encompass various settings where agents want to pool their resources, contribute to a public good or accept agreements, but are unable to ensure reciprocity. There are many other examples: bilateral disarmament among countries or paramilitary organizations, trade and environmental agreements, energy transition, etc. See Asher *et al.* (2013) and Lockwood and Thomas (2002).

3.1.1 Related literature

Collaboration among competitors is a vast topic. As argued above, it might be solved in presence of contractual agreements, if agents are able to punish those who free ride, or if the game is repeated. However, the issue of cooperation among competitors is more subtle if they are unable to use threats of punishment and if their contributions are irreversible. Indeed, many frictions can then impair cooperation and thus yield an incomplete or progressive collaboration process.

For instance, this issue arises when competitors wish to pool their knowledge. Indeed, revealing information to a competitor is an irreversible action because knowledge is an intangible resource that can be used freely except if it is patented, which is a very restrictive condition. This issue is important because knowledge is a strategic resource. For instance, the intuitive and original features of its products allowed Apple to conquer businesses where it was a challenger. Thus, a technology which distinguishes —even marginally— a product may be very valuable. In this context, would firms easily share their intellectual capital? This question is not trivial when one considers informal knowledge sharing because there are many settings where knowledge is imperfectly protected. Moreover, instead of protecting and eventually licensing it, or rather than keeping it secret, sharing their knowledge enables firms to mutually benefit from their intellectual capital in an efficient and flexible way. However in order to step ahead, each firm would keep its product better or cheaper thanks to exclusive technologies. A preference for privacy that might preclude a Pareto improving intellectual cooperation.

Assume for instance two firms willing to mutually take advantage of their R&D. They can set-up a complex cross-licensing policy requiring, at least, their knowledge to be protected.[1] Instead, they can form a patent pool, merge their technologies to jointly design a new standard, pool their knowledge within a joint venture, etc. Even more simply, they can simultaneously abandon their intellectual property rights or leak their trade secrets and know-how. All these alternatives allow firms to avoid cross licensing and expensive knowledge protection policies.[2] As an example, consider that two firms have produced

[1] Belleflamme and Bloch (2014) show that trade secrets might be preferred to patents in numerous situations and provide examples.

[2] The costs to patent their technologies, to scrutinize that their competitors do not use them and, eventually, the judicial costs to prosecute them. One must also include the costs to protect their trade secrets, as aruged by Belleflamme and Bloch (2014). See Pénin (2013) for a discussion about the concept

improvements for a smartphone. Rather than copying one another before triggering a zero-sum game of prosecutions, or rather than cross-licensing their intellectual property, they can simultaneously release their innovations as argued, for instance, by Hovenkamp (2013).[3] As an example, Google and Samsung agreed on a patent exchange in January 2014 to avoid a costly "patent war" yet experimented by Apple and Samsung at the cost of numerous long trials.[4]

However in this context, firms might opportunistically contribute less than their rivals (free riding). For instance in the case of a patent pool, contributors can use its content and share the royalties it produces.[5] Nevertheless, there are strategic concerns during its establishment, as argued by Schmidt (2010). Indeed, rather than including its technology, each firm might prefer to stay outside and benefit from the pool in exchange of a license fee. A strategy especially beneficial if patents complement because the members of the pool then rely on the outside firm (Layne-Farrar and Lerner, 2011 and Baron and Delcamp, 2015 document strategic behaviors in this setting). Misbehavior might also occur when firms are engaged in a joint venture. In a joint venture, firms generally share technological knowledge while remaining competitors in the product market (D'Aspremont and Jacquemin, 1988). In this context, a firm can retain secret some advantages —for instance, exclusive supply contracts— in order to capture the largest share of the gains produced by the joint entity, or can hoard its more promising technologies or make less efforts (Kamien *et al.*, 1992), or can secretly protect an essential aspect of a technology included in a joint standard (Ganglmair and Tarantino, 2014). Informal know-how trading among competitors is also subject to strategic concerns, as reported by Von Hippel (1987). He finds that employees of rival companies informally trade their technical know-how: an employee leaks precious information and knowledge to an employee of another company if he expects the latter to reward him with knowledge of same value. In all these examples, competitors wish to establish a fruitful process of intellectual collaboration, but face the risk to contribute more than their competitors or to be cheated. Nevertheless, contractual agreements and threats

of "open knowledge".

[3] Hovenkamp (2013) defines it as a tacit patent pool: "a non-contractual arrangement in which producers freely utilize one another's patented technologies without charging license fees or filing infringement claims." He shows that "tacit pooling may be a profitable cooperation strategy in a prisoner's dilemma game whose equilibrium involves aggressive cross-licensing in the shadow of litigation [...] as it reduces transaction and litigation costs, and it promotes idea sharing among inventors".

[4] An agreement justified by Samsung and Google for such reasons. Allen Lo, Deputy General Counsel for Patents at Google: "By working together on agreements like this, companies can reduce the potential for litigation and focus instead on innovation." Seungho Ahn, Head of Samsung's Intellectual Property Center: "Samsung and Google are showing the rest of the industry that there is more to gain from cooperating than engaging in unnecessary patent disputes."

[5] Usually in proportion of the number of patents they contributed to, or in proportion of the value of these patents (which requires audits). Most of the time, patents in the pool enable to design a new standard, which allows contributors to produce easily a product relying on a large spectrum of essential patents (e.g., the Blue-Ray format). Non contributing firms can access to the pool for a unique cost, which also generates royalties for contributors and eases the diffusion of the standard.

might prevent these failures. Alas, many situations are too costly to legally supervise as argued above, or even non contractable.[6] For instance, legal threats might not be credible if prosecutions are very costly or if judicial penalties are too weak as argued with the "patent war" example. Hence, intellectual cooperation might rely on mutual trust and might thus induce a risk for involved agents who will be reluctant to collaborate unreservedly. Our model formalizes this friction: whereas the first best is to collaborate unreservedly in the first period, gradualism is necessary because of strategic concerns.

The issue of collaboration is also important when one considers entrepreneurs who want to share their ideas. If knowledge are entrepreneurial projects, transmitted data are probably not verifiable without costly and lengthy investigations (Stein, 2008). Now, consider two rival entrepreneurs who decide to confront their projects. Would one accept to disclose everything he has before having assessed his interlocutor's honesty? Each entrepreneur would rather keep a couple of cards off the table. A suspicious behavior ensuring honesty but also impairing the pace of knowledge diffusion. In a scientific context, knowledge endowments are theories, experiments and data researchers can merge in order to improve their industrial projects or to solve scientific problems. However in a competitive environment, each scientist might conceal his best results for opportunistic reasons, or at least by fear that his collaborator adopts himself a suspicious behavior. Haeussler (2011) and Haeussler *et al.* (2014) empirically document that strategic concerns arise in this context. Also, Szulanski (2000) surveys the friction curbing knowledge sharing in an intra-firm context.[7] In all these examples, the fear to contribute more than a competitor makes an agent reluctant to collaborate unreservedly, which might induce gradualism and thus incomplete cooperation.

Some recent models consider the strategic concerns arising when rival agents consider collaborating intellectually, and show that cooperation is at most partial and induces gradualism. Niehaus (2011) studies the aggregate effect of filtered knowledge transfer along a social network and shows that even in a non competitive setting cooperation is partial.[8] Stein (2008) shows that a trustful exchange of valuable ideas can occur among rivals, whereas they can lie and cannot use threats of punishment. Player A discloses a valuable idea to a competitor B who can potentially improve it. If B successes he reports his improvement to A. Indeed, it then allows A to potentially generate a new idea that he would again report to B, and so on until one fails to provide an improvement. If this synergy is strong enough, it induces agents to communicate honestly. However, initial ideas

[6] Arrow (1962) argues that it is impossible to make "a thoroughly appropriable commodity of something so intangible as information". For instance, Niehaus (2011) invokes this idea to justify in his model of knowledge sharing that the agents only take into account the immediate costs and benefits i.e., they are not forward looking.

[7] For instance, between an experimented employee and a young one who has to learn the job, but who might also be perceived as a competitor, and who might in turn be suspicious about the knowledge he receives.

[8] Agents do not reveal all their knowledge to the agents they meet, as it would be too long and costly. As in our model, incomplete cooperation arises endogenously but for non strategic reasons.

of large value are not shared.[9] Once again, cooperation is subject to strategic concerns and consequently only arises under specific conditions. Ganglmair *et al.* (2015) test the model of Stein through an experiment and report its usefulness to explain collaboration among rival agents. Ganglmair and Tarantino (2014) incorporate asymmetric information in Stein's model. Firm A is initially endowed with an idea it has the opportunity to share with a competitor B in order to jointly develop a standard. Standard setting committees then allow to improve A's idea, which is what incentivizes him to collaborate. However, A's idea might be secretly patented, which is unverifiable by B. If this is the case, B will have to pay a rent for the use of the standard although it has contributed to its development. This risk can discourage B to collaborate. The socially undesirable outcome is that B can decline collaboration even when A does not hold a secret patent, as A is unable to certify it. Indeed, A would claim the contrary if it would possess it (adverse selection). Ganglmair and Tarantino show that under some circumstances A voluntary abandons the secret patent to suppress the reluctance of B to collaborate (self selection). In these models, cooperation does not relies on gradualism but on potential exogenous future improvements generated by the collaboration itself. Their setting is however close to ours. Indeed, agents have no incentive to cheat because in every step of the collaboration they expect to obtain more during subsequent periods.

Augenblick and Bodoh-Creed (2014) consider two players who can match if their private traits correspond. The first agent must reveal hers to eventually match with the second one, but also wishes to reveal as little as possible if matching is unfeasible. For instance, an entrepreneur must expose his project to a venture capitalist to raise funds. Hence, the sender must reveal valuable information but fears to reveal too much if matching is not feasible. For instance, the venture capitalist might be yet engaged with a competitor. A impairing collaboration in numerous contexts. Augenblick and Bodoh-Creed first assume that the sender must simultaneously reveal all his traits. The risk to reveal everything for nothing then strongly discourages matching. After that, they assume that the sender can incrementally reveal his traits, the latter being more or less sensitives (there are "taboos"). Gradualism dramatically improves agents' ability to match: a sender first discloses his rare and valueless traits to estimate the likeliness of the match, and then eventually reveals his taboos. Augenblick and Bodoh-Creed assume costly messages, which highlights a dilemma directly related to our: cooperating quickly induces the risk to be fooled whereas cooperating progressively is less efficient but also less risky. Dziuda and Gradwohl (2013) consider two heterogeneous agents who can collaborate if they are both sufficiently informed. Each agent only holds a prior on which extent the other agent is informed. Hence, they must pool their (verifiable) information to eventually cooperate. However, revealing information to a non matching agent —an agent who is insufficiently informed— incurs a loss proportional to the amount of knowledge leaked as compared to the amount received. Two well informed agents are thus reluctant to collaborate, whereas they could benefit from fruitful

[9]It explains why gossips can travel far away while precious ideas remain localized among a small group of agents.

synergies. Dziuda and Gradwohl show that agents always experiment collaboration when gradualism is allowed. Indeed, it allows to progressively evaluate the endowment of a potential collaborator. Finally, Hörner and Skrzypacz (2014) consider information selling by a potentially informed agent who is unable to certify the value of his data. Consequently, the agent must reveal his data to the principal to prove his ability. However, he faces the risk to reveal his knowledge for free. Indeed, the principal can then use this information without rewarding him. Hörner and Skrzypacz show that the optimal strategy is to gradually sell the information. The reason is twofold. Firstly, it allows the principal to test whether the agent is really informed. Secondly, it allows the agent to avoid to reveal everything for free. Finally, Asher *et al.* (2013) show with the help of an experiment that gradualism helps coordination. These models show that gradualism arises endogenously in numerous contexts. In our model, there is no information asymmetry. Especially, the initial endowments of firms are common knowledge. However, a strategic concern arises because firms simultaneously contribute in the beginning of each period. As a result, each firm is tempted to free ride in order to improve its competitiveness and thus to earn market shares on the back of its competitor. Hence, gradualism arises endogenously during the collaboration process, which allows to evaluate its effect in an industrial organization setting.

Knowledge sharing is a pedagogical example among many other reciprocal compromises on which firms can agree in order to mutually improve their gains. As it is mentioned in the introduction, competitors might agree to reduce their production capacity in order to reduce their costs in a declining industry. However, a firm prefers to see its competitor to unilaterally reduce its capacity in order to earn market shares on its back (Ghemawat and Nalebuff, 1990). As a result, firms might only accept to reduce their capacity progressively (Lockwood and Thomas, 2002). Compte and Jehiel (2004) include irreversibility and gradualism in the context of negotiations. In our model, one can assimilate firms' contributions to compromises. For instance, firms' can abandon anti-competitive practices. However, if a firm unilaterally complies with the agreement, its rival is then able to earn market shares on its back. There are many examples of anti-competitive practices: using exclusivity clauses with suppliers and retailers, lobbying in order to influence the regulation to the detriment of a competitor, etc. These practices induce a costly zero-sum game that might be avoided. For instance, if ones ceases to secure its access to suppliers and retailers, the other has then a strong incentive to pursue these practices. Irreversibility arises because if one influences the regulation in its own interest or get exclusivity clauses, it is then very difficult to go back. Cooperation among firms is also important when one considers the issue of the transition toward cleaner production methods. Assume for instance that two farmers use pollutants (pesticides, chemical fertilizers, etc.). Consider also that they have the ability to use organic fertilizers and to abandon pesticides. If both accept this compromise, they improve their product and the efficiency of their production process. However, one might be tempted to choose the status quo in order to avoid a costly transition process. It allows him to sell its product at a lower price and thus to earn market shares (except if the authorities impose, for instance, green labels). In this example, the transition toward a cleaner production process might thus arise gradually. This example obviously also applies in other industrial contexts. Lockwood and Thomas (2002) take the example of the destruction of extraction capacities —for instance, fishing boats— leading to over-exploitation of exhaustible resources. Exploiting more cautiously their exhaustible resources allows the firms to reduce their costs and to ensure their availability. However, if a firm agrees to reduce its extraction capacity, the other might be tempted to not respect its commitments. The objective of the paper is to evaluate the effect of these issues in an industrial organization setting.

3.2 Model

3.2.1 Framework

Firms. There are two firms A and B producing and selling a fungible good. In the first period of the game $t = 0$, each firm is endowed with a fixed "stock" of physical and human capital: skills, know-how, knowledge, extraction and production capacities, contracts with suppliers and retailers, contacts among regulators, human capital, etc. We use the generic term "endowment" to denote all these initial resources. The higher is the endowment of a firm, the lower is its initial production cost. We also assume that firms are risk neutral and thus maximize at any moment of the game their expected profit over the remaining expected lifetime of the product market. Finally, all the exogenous parameters are common knowledge between the two firms.

Cooperation. As argued in the introduction, a firm can unilaterally "transfer" a fraction of its endowment in order to reduce the production cost of its rival: abandoning anti-competitive practices, leaking know-how and trade secrets, opening its protected intellectual property, reducing its capacity of extraction and production, etc. This decision is assumed to be irreversible. Firms cannot improve their initial endowments otherwise than by collaborating. Indeed, we focus on the transfer of *yet existing* resources, or on the agreement of *yet existing* compromise opportunities.

Timeline. Several periods indexed by $t \geq 1$ occur. A period t is divided between two sub-stages. During the first sub-stage, A and B cooperate. Namely, A and B simultaneously transfer a share of their endowment. After that, they compete *à la* Bertrand on the product market during the second sub-stage. With probability p, the two sub-stages are repeated in $t + 1$. With probability $1 - p$, the product market vanishes in the end of period t. For instance, new competitors appear and sell a better substitute for the firms' good, or firms' technology becomes obsolete. In both cases, A and B disappear and the game ends (Schumpeterian growth). Thus, p measures the life expectancy of the product market.

Indeed, its life expectancy is equal to $\frac{1}{1-p}$ in any $t \geq 0$.[10]

3.2.2 Production costs

It is assumed that the production cost of firms A and B have two dimensions of equal size, and that each firm holds a competitive advantage on one dimension of the production cost.[11] The initial endowment of each firm allows to reduce the production cost on which it is specialized. The production cost for one unit of the good is equal to 1 in absence of any initial endowment. Each dimension of the production cost is thus equal to $\frac{1}{2}$. It is a pure technical assumption allowing to model the idea that firms can mutually benefit from each other.

C_0^i denotes the production cost of firm $i = A, B$ for one unit of the good in $t = 0$ i.e., before any cooperation. C_t^i denotes the production cost during the second sub-stage of period $t \geq 1$ i.e., after the period t collaboration stage. In $t = 0$ firm A (resp. B) reduces by a fraction $E^A \in [0, 1]$ (resp. $E^b \in [0, 1]$) the first (resp. second) dimension of the production cost of the good thanks to its initial endowment.[12] Hence, E^A and E^B measure the initial endowments of firms A and B.

We also assume that firms' endowments might complement. To understand it, assume that the contributions from B until a period $t^* \geq 1$ lower the second dimension of the production cost of A by an amount equal to $E_{t^*}^B \in \left[0, E^B\right]$. For instance $E_{t^*}^B = E^B$ if B has contributed to the best of its ability, or $E_{t^*}^B = 0$ if B has not contributed at all. One then obtains

$$C_{t^*}^A = (1 - \alpha)\left(1 - \frac{E^A + E_{t^*}^B}{2}\right) + \alpha\left(1 - E^A E_{t^*}^B\right).$$

Similarly, assume that the contributions from A until a period $t^* \geq 1$ lower the first dimension of the production cost of B by an amount equal to $E_{t^*}^A \in \left[0, E^A\right]$. One then obtains

$$C_{t^*}^B = (1 - \alpha)\left(1 - \frac{E_{t^*}^A + E^B}{2}\right) + \alpha\left(1 - E_{t^*}^A E^B\right).$$

The coefficient $\alpha \in [0, 1]$ measures the interdependence between the two dimensions of the production technology. For instance if $\alpha = 1$ firms must necessarily collaborate in order to reduce their production cost to a level lower than 1 —its value in absence of any endowment— no matter how large are their own endowments. Firms' endowments are

[10] There is one period with probability $1 - p$, two periods with probability $(1 - p)p$, three periods with probability $(1 - p)p^2$, etc. Hence, $(1 - p) \times 1 + (1 - p)p \times 2 + (1 - p)p^2 \times 3 + \ldots = \frac{1}{1-p}$.

[11] For instance, A is an electric battery producer while B is a car manufacturer, and both want to produce electric cars. Reducing the production cost of an electric car requires knowledge in the production of the battery (first dimension) and of the vehicle (second dimension).

[12] For instance, R&D for the industrial production of an electric battery (resp. of a motor for an electric battery).

thus perfect complements if $\alpha = 1$. On the contrary, they are perfect substitutes if $\alpha = 0$. Firms' production costs in period $t = 0$ —before any collaboration— are thus equal to

$$C_0^A = (1-\alpha)\left(1 - \frac{E^A}{2}\right) + \alpha, \quad C_0^B = (1-\alpha)\left(1 - \frac{E^B}{2}\right) + \alpha.$$

Hence if $\alpha = 1$, $C_0^i = 1$ no matter how large is E^i i.e., firms totally rely on each other. One might also view the coefficient α as a measure of the synergies produced by the firms when they cooperate. Indeed the larger is α is, the larger are the *relative* gains produced during the cooperation stage. Assume now that B contributes to the best of its ability in period $t \geq 1$. Then for every $\tau \geq t$

$$C_\tau^A = (1-\alpha)\left(1 - \frac{E^A + E^B}{2}\right) + \alpha\left(1 - E^A E^B\right).$$

As a result, one obtains that $C_\tau^A = 0$ if E^A and E^B are equal to 1. Otherwise if $E^B < 1$, $C_\tau^A > 0$ even if $E^A = 1$ and if B contributes to the best of its ability. The assumption that the production cost has two dimensions thus allows to formalize simply the positive effect of collaboration on firms' production costs.

3.2.3 Contributions

The value of the contributions from each firm during the first sub-stage of a period $t \geq 1$ is not immediately verifiable by the other firm nor certifiable i.e., firms discover the value of the contributions from their competitor during the second sub-stage. Hence, firms are unable to ensure that their contributor fairly contributes. This assumption may be justified by several arguments. A firm may lack of expertise about the received knowledge from its competitor, and thus might have difficulties to evaluate its usefulness before using it (learning by doing). Also, valuing a piece of knowledge might be lengthy. The same arguments apply for other kinds of compromises (the abandonment of anti-competitive practices, the destruction of extraction capacities, etc.). Moreover, we assume that firms are unable to use threats of prosecution. For instance, firms are unable to contract or find it too costly and complicated. Consequently, cooperation rests on reciprocal trust during the first sub-stage of period a $t \geq 1$. Whereas it is a very schematized framework, it allows to simply capture an essential concern arising when competitors collaborate: each might try to contribute less than the other.[13]

[13]This strategic concern might still prevail in a more rigorous frameworks where firms can partly evaluate the honesty of their competitors ex-ante i.e., during the cooperation sub-stage. For example, each firm could obtain a noisy signal about the real value of the contributions from its competitor. The more specialized the firms are, the noisier is this signal. Legal threats could also reduce firms' willingness to cheat. Indeed, fines might reduce the net expected gain from cheating but may not necessarily eliminate it. Thus, cooperation would still —at least partly— rest on mutual trust in a more sophisticated framework.

However, if one discovers during the second sub-stage of period t that the contributions from its competitor is valueless, one realizes that it has been cheated. Lastly, we assume that firms' endowments are infinitely divisible. For instance, if one deals with knowledge sharing, one can assume that engineers, researchers or entrepreneurs are able to be sufficiently ambiguous when they communicate, or that each firm holds a "large" amount of individually valueless pieces of intellectual capital.[14]

Firms' decisions. By choosing during each period t an arbitrary factor $\lambda_t^B \in [0,1]$, firm B has the opportunity to set the production cost borne by firm A during the (second sub-stage of) period t at the following level:

$$C_t^A = (1-\alpha)\left(1 - \frac{E^A + \left(1 - \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^B\right) E^B}{2}\right) + \alpha\left[1 - \left(1 - \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^B\right) E^A E^B\right]. \quad (3.1)$$

We explain this expression below. Similarly, A has the possibility to set the production cost borne by B in period t at the following level:

$$C_t^B = (1-\alpha)\left(1 - \frac{\left(1 - \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^A\right) E^A + E^B}{2}\right) + \alpha\left[1 - \left(1 - \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^A\right) E^A E^B\right]. \quad (3.2)$$

For instance, the production costs borne by the firms during the second sub-stage of period $t = 1$ are equal to

$$\begin{aligned}
C_1^A =&(1-\alpha)\left(1 - \frac{E^A + \left(1-\lambda_1^B\right) E^B}{2}\right) + \alpha\Big(1 - \left(1-\lambda_1^B\right) E^A E^B\Big),\\
C_1^B =&(1-\alpha)\left(1 - \frac{\left(1-\lambda_1^A\right) E^A + E^B}{2}\right) + \alpha\Big(1 - \left(1-\lambda_1^A\right) E^A E^B\Big).
\end{aligned}$$

If $\lambda_1^A = 0$ it means that A contributes to the best of its ability i.e., "transfers" its whole endowment to B during the first sub-stage of period 1. On the contrary if $\lambda_1^A = 1$ it means that A does not contribute during period 1. To better understand it, denote by $f_t(E^i)$ the fraction of the endowment of firm i not yet transferred to $-i$ in the beginning of period t. The coefficient λ_t^i corresponds to the fraction of $f_t(E^i)$ that i decides to hoard during the collaboration stage of period t.

[14] It highlights that ambiguity can be an essential tool in strategic contexts. Höfler (2006) defines ambiguity as a "striking property of natural language distinguishing it from artificial languages [...] present in sentences that can be structurally analysed in more than one way." He argues that "in an optimal communication system, a feature like syntactic ambiguity would seem to be dysfunctional." However, ambiguity is necessary to incrementally transfer information in many contexts, as in our model if one assumes that firms' contributions are knowledge, advices, know-how and pieces of information.

Definition 3.2.1 (Firms' information and decisions). *The information set of firm i during the cooperation stage of period $t > 1$ corresponds to $\{\lambda_\tau^{-i}\}_{\tau=1}^{t-1}$ i.e., firm i observes the past contributions from its competitor. On this basis, firm i has two possibilities:*

- *Contributing by setting a $\lambda_t^i \in [0; 1)$.*
- *Not contributing by setting $\lambda_t^i = 1$.*

The lower is λ_t^i, the larger is the contribution from firm i.

For instance if $\lambda_1^A = 0$ and $\lambda_1^B = 0$, it means that the two firms fully cooperate contribute to the best of their ability during the first period of the game. Naturally if they do so, they will have nothing more to offer to their competitor during the subsequent periods of the game. Hence, we will see that this strategy is not sustainable i.e., if one fully collaborates, the best response of its counterpart is to cheat.

Definition 3.2.2 (Cheating and punishing). *Cheating in period $t \geq 1$ consists in setting $\lambda_t^i = 1$ while expecting $-i$ to fairly contribute i.e., to set $\lambda_t^i < 1$ in accordance with the firms' agreement. Punishing consists in setting $\lambda_\tau^i = 1$ for all $\tau > t$ if firm $-i$ has cheated in period $t \geq 1$ (trigger strategy).*

3.2.4 Payoffs

We consider a market with a mass 2 of consumers on which firms compete à la Bertrand. The reservation value of the consumers for the good produced by firms A and B is equal to 1. The coefficient $\theta \in [0, 1]$ denotes the level of competition. Indeed, each firm holds a monopoly on a fraction $1 - \theta$ of half of the market —a unit mass of consumers— on which it sells its good at the reservation price 1. Firms compete on the remaining segment of the market of size 2θ on which consumers buy the cheapest good (Stein, 2008).[15] The competitive price in period $t \geq 1$ is thus equal to

$$P_t = \max\left\{C_t^A; C_t^B\right\}.$$

Indeed, the most efficient firm —the incumbent in period $t \geq 1$— sells at the production cost of its competitor —the outsider— which is then unable to produce cheaper. Thus, the outsider abandons the competitive fraction of the market. We write π_t^i the profit of i in period t:

$$\pi_t^i = (1-\theta)\left(1 - C_t^i\right) + 2\theta \max\left\{C_t^{-i} - C_t^i; 0\right\}.$$

[15]Considering a market with a mass 2 of consumers allows to simplify analytic formulations. One can assume that firms' markets overlap: each firm holds a market of size 1 whereas a fraction θ of the market of each firm is challenged by the other firm.

Let assume that A is the incumbent in period $t \geq 1$ i.e., $C_t^A \leq C_t^B$. We obtain from equations (3.1) and (3.2) that[16]

$$\begin{aligned}
\pi_t^A =&(1-\theta)\left(\alpha E^A E^B + (1-\alpha)\frac{E^A+E^B}{2}\right) + 2\theta \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^A E^A \left(\alpha E^B + \frac{1-\alpha}{2}\right) \\
&- (1+\theta)\prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^B E^B \left(\alpha E^A + \frac{1-\alpha}{2}\right), \qquad (3.3)\\
\pi_t^B =&(1-\theta)\left(\alpha E^A E^B + (1-\alpha)\frac{E^A+E^B}{2}\right) - (1-\theta)\prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^A E^A \left(\alpha E^B + \frac{1-\alpha}{2}\right). \qquad (3.4)
\end{aligned}$$

If $\lambda_t^i = 1$ for all $t \geq 1$ and $i = A, B$ it corresponds to the case where firms do not cooperate all along the product market life. Hence, it corresponds to a basic model where cooperation among firms is ignored. Of course, one can directly deduce by symmetry π_t^A and π_t^B in the case where $C_t^A > C_t^B$ i.e., in the case where B is the incumbent in period $t \geq 1$. We will assume in the remaining of the game that A is initially the incumbent.

Assumption 3.2.1. *We assume that A is initially the incumbent i.e., $E^A > E^B$ and thus $C_0^A < C_0^B$.*

3.2.5 The process of collaboration

We assume that A and B agree in the beginning of each period to make contributions of equal value (see Arrow, 1962 for a discussion of knowledge trading).[17] Assume that the contributions that A (resp. B) commits in the beginning of period $t \geq 1$ to make in present and future periods increase the expected profit of B (resp. A) by x_t (resp. y_t) monetary units. Then B (resp. A) is indifferent between receiving immediately x_t (resp. y_t) monetary units or receiving A's (resp. B's) present and future contributions. Firm B (resp. A) would thus accept to pay immediately at most x_t (resp. y_t) monetary units to benefit from these contributions. Assume now that $x_t < y_t$. Firm B would then realize that A could accept to contribute more. Hence, B would demand more from A. This kind of bargaining condition implies $x_t = y_t$ for every $t \geq 1$. In our framework, this condition

[16] π_0^i corresponds to the profit of firm i is no cooperation has occured during the game i.e., its production cost is then equal to C_0^i.

[17] For instance, one of the available sharing rules of the royalties produced by a patent pool invokes this idea: each contributor holds a share of the patent pool proportional to the relative value of its contributions as compared to the other contributors' ones.

becomes

$$
\begin{aligned}
&(1-p)\left(\pi_t^A-\pi_{t-1}^A\right)+p(1-p)\left(\pi_t^A+\pi_{t+1}^A-2\pi_{t-1}^A\right)\\
&+p^2(1-p)\left(\pi_t^A+\pi_{t+1}^A+\pi_{t+2}^A-3\pi_{t-1}^A\right)+\ldots\\
=&(1-p)\left(\pi_t^B-\pi_{t-1}^B\right)+p(1-p)\left(\pi_t^B+\pi_{t+1}^B-2\pi_{t-1}^B\right)\\
&+p^2(1-p)\left(\pi_t^B+\pi_{t+1}^B+\pi_{t+2}^B-3\pi_{t-1}^B\right)+\ldots
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

For instance in the left hand side of condition (3.5) the amount $\pi_t^A+\pi_{t+1}^A-2\pi_{t-1}^A$ represents the surplus of profit obtained by A if the two firms farly collaborate in t and in $t+1$ under the hypothesis that the game lasts to period $t+1$. Indeed, if A and B stop to collaborate in the beginning of period t, A obtains $2\times\pi_{t-1}^A$. On the contrary, A obtains $\pi_t^A+\pi_{t+1}^A$ if they pursue the collaboration process. This difference is multiplied by $p(1-p)$, the probability in the beginning of period t that the game ends in the end of period $t+1$. Thus, the left hand side side of equation (3.5) is the expected future profit of A if collaboration occurs in every $\tau\geq t$ minus the expected future profit of A if collaboration ceases in the end of period $t-1$. If one rewrites equation (3.5) with equations (3.3) and (3.4) one obtains after simplifications the following condition:

$$
\begin{aligned}
&\prod_{\tau=1}^{t-1}\lambda_\tau^B E^B\left(\frac{1-\alpha}{2}+\alpha E^A\right)\left(\frac{1}{1-p}-\lambda_t^B\left(1+p\lambda_{t+1}^B+p^2\lambda_{t+1}^B\lambda_{t+2}^B+\ldots\right)\right)\\
=&\prod_{\tau=1}^{t-1}\lambda_\tau^A E^A\left(\frac{1-\alpha}{2}+\alpha E^B\right)\left(\frac{1}{1-p}-\lambda_t^A\left(1+p\lambda_{t+1}^A+p^2\lambda_{t+1}^A\lambda_{t+2}^A+\ldots\right)\right)
\end{aligned} \tag{3.6}
$$

Said differently, for $\{\lambda_\tau^i\}_{\tau\geq 1}$ given, if $\{\lambda_\tau^j\}_{\tau\geq 1}$ is set accordingly to condition 3.6 then condition 3.5 is respected for every $t\geq 1$ i.e., at any moment of the game both firms expect the same gain from cooperation.

Assumption 3.2.2. *We assume that firms A and B agree to cooperate on the basis of condition (3.6).*

One can verify with the help of equation (3.5) that condition (3.6) is unchanged in the case where B is the incumbent.

We also assume that if $C_{t-1}^A<C_{t-1}^B$, cooperation in period t does not modify this order i.e., if A is the incumbent in $t-1$ and the two firms cooperate in t accordingly to condition (3.6), A remains the incumbent in t. This hypothesis is actually verified at the equilibrium. It establishes that if A is the incumbent in the beginning of the game and thus conquers the competitive segment of the market in absence of any cooperation, the collaboration process does not cancel its advantage. Since we assume that $E^A>E^B$ i.e., A has initially a larger endowment than B, A remains the incumbent as long as firms fairly cooperate i.e., contribute on the basis of condition (3.6) and without cheating (definition 3.2.2).

3.2.6 Sustainable collaboration

Whereas firms are unable to ensure during the collaboration stage if its competitor fairly contributes, they can use a trigger strategy (definition 3.2.2). During any period $t \geq 1$, each firm hoards a fraction of its initial endowment to commit its competitor to contribute fairly. Hence if one is betrayed, one will refuse to contribute anymore i.e., will hoard the trade secrets it has not yet leaked, will keep protected the technologies it has not yet released, will pursue the anti-competitive practices it has not yet abandoned, will refuse to destroy its production and extraction capacities it has not yet destroyed, etc. As a result, it implies a trade-off between a fast process collaboration and a sustainable process of collaboration i.e., a process in which firms have no incentive to cheat.

Recall that cheating in period t consists for i in setting $\lambda_t^i = 1$ while expecting its competitor to contribute fairly i.e., accordingly to condition (3.6). Cheating has an interest for A because it improves its profit on the competitive segment of the market. Indeed if A cheats, it unilaterally reduces its production cost. Hence, C_t^A lowers while C_t^B remains unchanged. It enables A to sell the good at an unmodified price whereas it produces it at a cheaper cost thanks to the contributions made by B. Cheating might also be beneficial for the outsider B if it enables it to produce cheaper than A. Indeed, it then allows B to conquer the competitive segment of the market. However, we will see that if the collaboration process is such that A has no incentive to cheat, it is also the case from the point of view of B. Consequently, it suffices to ensure that A has no incentive to cheat. Indeed if this condition were not verified, B would refuse to cooperate.

Hence, B must ensure that A will not be tempted to cheat during any period of the game. Cooperation is said sustainable if this condition is respected i.e., if A —the incumbent— has no interest to cheat in any period $t \geq 1$. Hence, in every period of the game, B must appropriately set λ_t^B and threaten A to punish it if it choose the cheating strategy. This condition holds if for every $t \geq 1$, the expected profit obtained by A if it fairly contributes during the present and subsequent periods is larger than the expected profit it obtains if it cheats and thus if B chooses the punishing strategy during every subsequent period.

Formally, this condition prevails if for every $t \geq 1$

$$\begin{aligned}
&\frac{1-\theta}{1-p}\left(\alpha E^A E^B + (1-\alpha)\frac{E^A+E^B}{2}\right) + 2\theta \prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^A E^A \left(\frac{1-\alpha}{2} + \alpha E^B\right)\left(1 + p\lambda_{t+1}^A + p^2\lambda_{t+1}^A\lambda_{t+2}^A + \dots\right)\\
&-(1+\theta)\prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^B E^B \left(\frac{1-\alpha}{2} + \alpha E^A\right)\left(1 + p\lambda_{t+1}^B + p^2\lambda_{t+1}^B\lambda_{t+2}^B + \dots\right) \qquad (3.7)\\
\geq &\frac{1-\theta}{1-p}\left(\alpha E^A E^B + (1-\alpha)\frac{E^A+E^B}{2}\right) - \frac{1+\theta}{1-p}\prod_{\tau=1}^{t} \lambda_\tau^B E^B \left(\frac{1-\alpha}{2} + \alpha E^A\right)\\
&+\frac{2\theta}{1-p}\prod_{\tau=1}^{t-1} \lambda_\tau^A E^A \left(\frac{1-\alpha}{2} + \alpha E^B\right).
\end{aligned}$$

This condition is close to the one under which a conversation is sustainable in the model of Stein (2008) although our framework is different.

Definition 3.2.3 (Sustainable cooperation). *Cooperation is said sustainable if A has no incentive to cheat in any period of the game i.e., if condition (3.7) holds for every $t \geq 1$, and if firms' contributions are of same value i.e., if condition (3.6) holds for every $t \geq 1$.*

The left hand side of condition (3.7) is the expected profit of A in t if cooperation occurs until the product market vanishes. The right hand side of condition (3.7) is the expected profit of A in period $t \geq 1$ if it cheats in t and thus if B adopts the punishing strategy in every $\tau > t$. Indeed, notice that in the end of the right hand side of condition (3.7), $\lambda_t^A = 1$ whereas $\lambda_t^B < 1$ meaning that A does not contribute whereas B contributes. After numerous simplifications using condition (3.6), one can rewrite condition (3.7)

$$\lambda_t^B \geq \frac{2\theta}{1 + \theta - (1-\theta)(1-p)\left(1 + p\lambda_{t+1}^B + p^2\lambda_{t+1}^B\lambda_{t+2}^B + p^2\lambda_{t+1}^B\lambda_{t+2}^B\lambda_{t+3}^B \dots\right)}. \tag{3.8}$$

Cooperation is thus sustainable if B sets a large λ_t^B in every period i.e., if B hoards a sufficiently large amount of its endowment all along the cooperation process. Said differently, B must cooperate sufficiently progressively in order to commit A to honesty. Indeed, remind that the larger λ_t^B is, the lower the contribution from B in period t is. Thus, the more gradual is the collaboration process. Then $\left\{\lambda_\tau^A\right\}_{\tau=1}^t$ is given by condition (3.6) ensuring that the contributions from both players are of same value.

If condition (3.8) is not respected in a period $t^* \geq 1$ the whole process of collaboration fails by backward reasoning. Indeed, anticipating that it would be cheated in t^*, B would not collaborate in t^*. Hence, anticipating in $t^* - 1$ that the cooperation process will cease, both players would cheat in $t^* - 1$, and so on.

Also, notice that if A makes it contributions on the basis of conditions (3.6) and (3.8), B has no incentive to cheat as mentioned earlier.

3.2.7 The optimal process of collaboration

Cooperation is thus sustainable if firms cooperate sufficiently gradually i.e., if condition (3.8) is respected in every $t \geq 1$. We now determine the fastest process of sustainable cooperation. Indeed, firms face a trade-off between a fast cooperation process allowing them to mutually improve their production cost as soon as possible, and a sustainable cooperation process ensuring them reciprocity. The optimal cooperation process thus maximizes the level of their contributions under the constraint that condition (3.6) and (3.8) hold in every $t \geq 1$.

One can see in condition (3.8) that λ_t^B does not depend on any previously chosen λ_τ^B with $\tau < t$. Thus, there does not exist any strategy which consists in choosing a larger λ_t^B in a given period $t \geq 1$ in order to set a smaller λ_τ^B later on. Consequently, the optimal process of collaboration is such that $\lambda_t^B = \lambda_{t'}^B$ for all $t' \neq t$. Let $\lambda_t^B = \lambda^B$ for all $t \geq 1$. One must find the smallest λ^B such that condition (3.8) holds. Notice that since $\lambda^B < 1$ if cooperation occurs, one obtains

$$1 + p\lambda^B + p^2\left(\lambda^B\right)^2 + p^3\left(\lambda^B\right)^3 + \ldots = \frac{1}{1 - p\lambda^B}.$$

Now, taking the equality of condition (3.8) gives

$$\lambda^B = \frac{2\theta}{1 + \theta - \frac{(1-\theta)(1-p)}{1-p\lambda^B}}$$

which yields

$$-p(1+\theta)\left(\lambda^B\right)^2 + \Big(2\theta + p(1+\theta)\Big)\lambda^B - 2\theta = 0.$$

This polynomial equation has two real roots. The first real root is equal to 1 meaning that B does not cooperate at any moment of the game. This is the choice of B if it is unable to commit A to honesty and thus if it anticipates that it will be cheated. Said differently, it is the reservation choice of B. The second real root is

$$\lambda^B = \frac{2\theta}{p(1+\theta)}. \tag{3.9}$$

Cooperation is thus sustainable if $\lambda^B < 1$ which is the case if

$$\theta < \frac{p}{2-p}.$$

This conditions hold if the level of competition is sufficiently low given the life expectancy of the product market. Notice that this condition is very close to the one under which a conversation among competitors is sustainable in Stein (2008), although we focus on incremental exchange of yet existing endowments. Indeed, if competition is sufficiently low, A has few incentives to cheat. Moreover if p is large, the expected value of the future steps of the cooperation process is large, which lowers the interest to cheat. Given λ^B, $\left\{\lambda_\tau^A\right\}_{\tau \geq 1}$ is then given thanks to condition (3.6).

Proposition 3.2.1. *A gradual process of cooperation between the two firms is sustainable if $\theta < \frac{p}{2-p}$ and is then defined by:*

$$\lambda_t^B = \lambda^B = \frac{2\theta}{p(1+\theta)} \text{ for every } t \geq 1,$$

$$\lambda_1^A = 1 - \frac{E^B}{E^A}\frac{1-\alpha\left(1-2E^A\right)}{1-\alpha\left(1-2E^B\right)}\frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1+\theta)} \text{ and}$$

$$\lambda_t^A = \frac{p(1+\theta)+2\theta}{p(1+\theta)} - \frac{2\theta}{p(1+\theta)}\frac{1}{\lambda_{t-1}^A} \text{ for every } t > 1.$$

If $\theta \geq \frac{p}{2-p}$ cooperation is not sustainable. Under this condition $\lambda_t^A = 1$ and $\lambda_t^B = 1$ for every $t \geq 1$.

We now discuss the properties of the gradual process of collaboration between the two competitors.

3.2.8 Comparative statics on the collaboration process

One can see that if $\theta < \frac{p}{2-p}$ then $\lambda^B < \lambda_1^A < \ldots < \lambda_t^A < \ldots < 1$ and that $\lambda_t^A \to 1$ when $t \to \infty$. If $E^A = E^B$ —firms are symmetric— then $\lambda_t^A = \lambda^B$ for every $t \geq 1$. One can observe that raising α reduces λ_1^A and thus λ_t^A for every $t \geq 1$. Indeed the larger is α, the more A relies on the contributions made by B in order to reduce its production cost. To understand it, recall for instance that $C_0^A = 1$ if $\alpha = 1$, no matter how large E^A is. Hence the larger is α, the smaller is the bargaining power of firm A when the two firms agree on the amount of their respective contributions. Consequently, B can obtain more from A. For instance in the extreme case where $\alpha = 1$, one obtains $\lambda_t^A = \lambda^B$ for every $t \geq 1$ no matter how large E^A is as compared to E^B.

Notice that firms' contributions progressively reduce because each firm must always hoard a fraction of its endowment in order to incentivize its competitor not to cheat. Hence, contributions during the first period are large and then gradually shrink. We denote $f_t(E^i)$ the amount of its initial endowment firm i has not yet "transferred" in the beginning of period $t \geq 1$ i.e., before the collaboration sub-stage. The contribution of firm i during period t is thus measured by

$$f_t\left(E^i\right) - f_{t+1}\left(E^i\right) = \prod_{\tau=1}^{t-1} \lambda_\tau^i \left(1 - \lambda_t^i\right) E^i. \tag{3.10}$$

For instance if $\lambda_t^i = 1$ —firm i does not contribute during period t— then $f_t(E^i) - f_{t+1}(E^i) = 0$. On the contrary if $\lambda_t^i = 0$ —firm i contributes to the best of its ability during period t— then $f_t(E^i) - f_{t+1}(E^i) = \prod_{\tau=1}^{t-1} \lambda_\tau^A E^A$ and firm i has nothing more to offer after that. One can see that $f_t(E^i) - f_{t+1}(E^i)$ is convex i.e., strongly decreases during the first period and then slowly converges toward zero. Hörner and Skrzypacz (2014) obtain the same pattern in a more sophisticated framework under asymmetric information. They show that an informed agent who wishes to sell his knowledge should first reveal a "big chunk" of information in order to prove his ability. Then, he should progressively reveal the data he has not yet revealed at a progressive pace against incremental payments. In our model, firms can first make large contributions because each one accords a large value to the subsequent (potential) contributions of its rival, and has thus no incentive to cheat. However, the hoarded fraction of their endowments progressively shrinks. Hence in order to save a means of pressure, they gradually reduce their contributions.

Notice also that the weaker is the life expectancy of the product market —i.e., the lower is p— the slower is the collaboration process. A result that might be viewed as counterintuitive. Indeed, one might conjecture that the shorter is the life expectancy of the product market, the faster firms would mutually benefit from their initial endowments. However if p reduces, the expected value of the future steps of the collaboration process diminishes. As a result, the relative value of the cheating strategy climbs. Consequently, firm B must hoard a larger fraction of its endowment in every period of the game in order to raise the expected value of its future (potential) contributions. Consequently, A also reduces its contributions.

Proposition 3.2.2. *The more firms' contributions complement i.e., the larger is α, the larger are the contributions from the incumbent A. Also the lower is p, the smaller are the contributions from both firms.*

If $p = 1$ cooperation is sustainable as long as $\theta < 1$ i.e., except if competition is perfect. Indeed if $\theta = 1$, the only objective of firms is to step ahead (the winner takes all). Notice that p can also represent a discount factor. Consequently, our results are unmodified if firms are able to engage into a perpetual collaboration, as long as they discount their future payoffs.

Finally if $E^A > E^B$ then $\lambda_t^A \to 1$ when $t \to \infty$ because since $E^A > E^B$, A must progressively raise the fraction of the endowment that it hoards in order to ensure that its contributions have the same value than the ones made by B. Notice that the extreme case where A ceases to contribute —i.e., $\lambda_t^A \to 1$— does not arise because it is a limit value. This remark is important because the whole process of collaboration fails if an agent anticipates that it will have no more to except from its peer in a future period.

The assumption of perfectly divisible endowments. We now discuss one of our main assumptions: firms are able to make contributions of an arbitrary value whereas the latter are not monetary payments but real actions (releasing knowledge, abandoning anti-competitive practices, reducing production and extraction capacities, agreeing on compromises, etc.). It implies that firms are able to infinitely split their endowments into smaller pieces because the contributions made by firms during a period t converge toward 0 as $t \to \infty$ (see equation 3.10). Indeed in order to incentivize its competitor not to cheat, each firm must always conserve the ability to contribute in future periods, whereas it must also contribute in every period of the game. This behavior, allowed by the assumption that their endowments are perfectly divisible, is essential. To understand it, assume that B has no more to offer to A during a finite $t^* > 1$. Anticipating it, A would cheat in $t^* - 1$ i.e., would set $\lambda_{t^*-1}^A = 1$. As a result, B would also refuse to cooperate in $t^* - 1$ i.e., would set $\lambda_{t^*-1}^B = 1$. The whole process of collaboration would then fail by backward induction.

However, the assumption that firms can make contributions of an arbitrary value can be avoided. Assume now that cheating entails a cost $c > 0$ (for instance, a judicial sanction). If c is sufficiently large, players can unreservedly collaborate during the first period i.e., contribute to the best of their ability. Nevertheless, our aim is precisely to ignore this simple case. Hence, assume rather that c is sufficiently small such that cheating appears beneficial as long as firms' contributions are large. Consequently, gradualism endogenously arises, at least during the first periods of the game. However for a larger t^*, cheating happens to be less beneficial as compared to the sanction c. Indeed, firms contributions are then smaller. At this moment, firms are able to collaborate unreservedly, which avoids them to have to split anymore their endowments. However, we assume that $c = 0$ because it strongly simplifies the analysis. To sum up, gradualism allows firms to engage into a sustainable process of collaboration before being able to collaborate unreservedly i.e., as long as the value of their contributions is large as compared to the sanction c.

3.2.9 The effect of heterogeneity

We now consider the effect of heterogeneity between the two firms. Indeed, recalls that the initial endowment of the incumbent is larger than the one of the outsider i.e., $E^A > E^B$. We denote T_A and T_B the total amount of the contributions from A and B all along the game. The expected values of T^A and T^B in $t = 0$ are respectively equal to

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_0\left(T^A\right) =& E^A - E^A(1-p)\lambda_1^A - E^A(1-p)p\lambda_1^A\lambda_2^A - E^A(1-p)p^2\lambda_1^A\lambda_2^A\lambda_3^A - \dots,\\ \mathbb{E}_0\left(T^B\right) =& E^B - E^B(1-p)\lambda_1^B - E^B(1-p)p\lambda_1^B\lambda_2^B - E^B(1-p)p^2\lambda_1^B\lambda_2^B\lambda_3^B - \dots\end{aligned}$$

For instance if $\lambda_1^A = 0$ it means that A contributes to the best of its ability during the first period. Then $\mathbb{E}_0\left(T^A\right) = E^A$. From proposition 3.2.1 one obtains

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_0\left(T^B\right) =& \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}E^B,\\ \mathbb{E}_0\left(T^A\right) =& \frac{1-\alpha+2\alpha E^A}{1-\alpha+2\alpha E^B} \times \mathbb{E}_0\left(T^B\right).\end{aligned}$$

If $\alpha = 0$ —firms' contributions are perfect substitutes— one obtains that $\mathbb{E}_0\left(T^A\right) = \mathbb{E}_0\left(T^B\right)$. The total contributions from the two firms are in expectation the same during the whole collaboration process. In the other polar case where $\alpha = 1$ —firms' contributions are perfect complements— one obtains that

$$\mathbb{E}_0\left(T^A\right) = \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}E^A > \mathbb{E}_0\left(T^B\right) = \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}E^B.$$

More generally $\mathbb{E}_0\left(T^A\right) > \mathbb{E}_0\left(T^A\right)$ as long as $\alpha > 0$ because $E^A > E^B$ (recall for instance that $\lambda_t^A = \lambda^B$ for all $t \geq 1$ if $\alpha = 1$). Indeed if $\alpha > 0$, the two firms strongly rely on each other. Hence, the bargaining power of B is then strong. As a result, B has the opportunity to monopolize a share of the profit made by A on the competitive segment of the market. Consequently, A contributes in expectation more than B during the game. We denote by

$Total$ the sum of the expected contributions from A and B throughout the game:

$$\begin{aligned} Total =& \mathbb{E}_0\left(T^A\right)+\mathbb{E}_0\left(T^B\right) \\ =& \left(1+\frac{1-\alpha+2\alpha E^A}{1-\alpha+2\alpha E^B}\right)\times\frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}E^B. \end{aligned}$$

Assume that $E^A = E^B$. One then obtains that

$$Total = \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}2E^A.$$

Assume now that we depart from this situation of homogeneity. To do so, let $E'^A = (1+r)E^A$ and $E'^B = (1-r)E^A$ with $0 < r \leq \frac{1-E^A}{E^A}$ in order to ensure that $E'^A \leq 1$ and $E'^B > 0$. The total endowment of the firms is unchanged because $E'^A + E'^B = 2E^A$. However, it is unequally distributed. Under this assumption, one obtains that

$$Total' = \left(1+\frac{1-\alpha+2\alpha(1+r)E^A}{1-\alpha+2\alpha(1-r)E^B}\right)\times\frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}(1-r)E^B.$$

If $\alpha = 1$ we get

$$\begin{aligned} Total'(\alpha=1) =& \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}(E'^A+E'^B) \\ =& \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}2E^A \\ =& Total. \end{aligned}$$

Heterogeneity has thus no impact on $Total$ when firms' contributions are perfect complements. Hence, heterogeneity does not impair firms' ability to set up a sustainable process of gradual cooperation if they strongly rely on each other. However, we obtain when $\alpha = 0$ that

$$\begin{aligned} Total'(\alpha=0) =& \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}2E'^B \\ =& \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-\theta)}(1-r)2E^A < Total. \end{aligned}$$

More generally, $Total < Total'$ if firms do not totally rely on each other i.e., as long as $\alpha < 1$.

Proposition 3.2.3. *Let $E^A = E^B$ and $Total$ the expected total contributions from A and B throughout the game. Let $E'^A = (1+r)E^A$ and $E'^B = (1-r)E^A$ with $0 < r \leq \frac{1-E^A}{E^A}$. Let $Total'$ the corresponding value of $Total$ for E'^A and E'^B. Then $Total' < Total$ if $\alpha < 1$ and $Total' = Total$ if $\alpha = 1$.*

When firms' endowments do not perfectly complement i.e., when firms do not strongly rely on each other, heterogeneity reduces efficiency in a sense. Indeed, it slows down the gradual process of cooperation. Indeed because its endowment reduces, B lowers its contributions in every period of the game. The observation of $\mathbb{E}_0\left(T^A\right)$ reveals that A partly raises its contribution in the meanwhile because E^A rises. However, in order to make contributions of same value, A also adapts its contributions on the basis of those of B. Said differently, the gradual process of cooperation mainly depends on the contributions from B because the latter must ensure that A has no incentive to cheat. As a result, $Total$ shrinks if E^B lowers although E^A rises by the same coefficient, except if firms strongly rely on each other i.e., if $\alpha = 1$.

This result appears realistic. Indeed, consider a big firm and a small firm. The big one has few to obtain from the small one. Hence, cheating appears beneficial from its point of view. In order to commit the latter to honesty, the small firm must then make small contributions. Indeed, collaborating very progressively offers a stronger means of pressure because the value of the future (potential) contributions are then larger. On the contrary, two firms of the same size will have less difficulties to cooperate. Hence, the model suggests that informal cooperation might be less efficient among firms of heterogeneous sizes, except if they both strongly rely on each other (parameter α is high). The agreement between Apple and Samsung mentioned in the introduction is a good example. Indeed, both companies know that deviating from cooperation is not preferable because they have a lot to except from each other. On the contrary, it would not be the case between a young startup and a big company, because renouncing to a potentially longer collaboration with a small actor does not represent a large loss. In this case, other mechanisms must be promoted in order to allow the two firms to collaborate. For instance, the absorption of the small firm by the large one, as it is regularly observed in the domain of new technologies, or the use of formal contractual agreements.

3.2.10 Social Welfare

The objective of this section is to evaluate, from a social welfare point of view, what is the optimal level of competition when firms have the opportunity to engage into an informal process of collaboration. We first compute the consumers' surplus. It is given by the consumers' reservation price equal to 1 minus the sale price. Remind that the good is sold at its reservation price on the monopolistic segment of the market. Consumers' surplus is consequently null on this fraction of the market. However, it is positive on the competitive one. We assume that $E^A \geq E^B$. Thus $C_t^A \leq C_t^B$ for all $t \geq 1$. Hence, A sells its good at the price C_t^B on the competitive segment of the market of size 2θ. The consumers' surplus is thus equal in period t to

$$w_t = 2\theta\left(1 - C_t^B\right).$$

One can then compute the expected consumers' surplus in the beginning of the game denoted by

$$W = (1-p)w_1 + (1-p)p(w_1 + w_2) + (1-p)p^2(w_1 + w_2 + w_3) + \dots$$

W is our measure of social welfare. Assume first that the opportunity for firms to cooperate is ignored. In this benchmark setting $C_t^B = C_0^B$ in every period of the game. The social welfare is then equal to

$$W' = \frac{\theta(1-\alpha)}{1-p} E^B.$$

Hence, in the benchmark setting where cooperation is ignored, social welfare is maximized when competition is perfect i.e., for $\theta'^* = 1$. As a result

$$W'^* = \frac{1-\alpha}{1-p} E^B$$

We now allow firms to cooperate. Of course, one must ensure that $\theta < \frac{p}{2-p} \leq 1$ i.e., that cooperation is sustainable. Then, one obtains thanks to proposition 3.2.1 and condition (3.6) that

$$W = (1-\alpha)\frac{2\theta(p-\theta)}{p(1-\theta)(1-p)} E^B + 2\alpha\theta \frac{p(1+\theta)-2\theta}{p(1-p)(1-\theta)} E^A E^B.$$

Then we get

$$\theta^* = 1 - \sqrt{1-p}\sqrt{\frac{1-\alpha\left(1-2E^A\right)}{1-\alpha\Big(1+E^A(p-2)\Big)}}.$$

Hence, the optimal level of competition is lower than 1 and is thus smaller than the one prevailing when cooperation is ignored. Indeed, raising competition has two countervailing effects on the social welfare. On the one hand, it raises the competitive size of the market and thus the consumers' surplus (positive effect). On the other hand, it slows down the gradual process of cooperation among the two firms, and thus reduces their ability to mutually improve their production cost, which is detrimental to the social welfare (negative effect). The optimal level of competition is thus intermediate.

One can directly obtain that θ^* is decreasing in α. Indeed the larger is α, the more firms rely on each other. It is then necessary to promote cooperation between the two firms and thus to reduce θ. Also, θ^* is decreasing in E^A. Indeed the larger is E^A, the more beneficial is the cooperation process. Hence, it is then beneficial from a social welfare point of view to reduce competition in order to promote collaboration.

Of course, an intermediate level of competition —$\theta = \theta^*$ in order to promote cooperation— is more beneficial from a welfare point of view than perfect competition —$\theta = 1$ and thus no cooperation occurs— if and only if $W(\theta^*) \geq W'^*$. This is not necessary the case. Nevertheless, one can obtain that $W(\theta^*) \geq W'^*$ if

$$\alpha \geq \alpha_{min} = \frac{8-9p}{8+(2E^A-9)\,p}.$$

Hence, if firms sufficiently rely on each other, it is preferable from a welfare point of view to set $\theta = \theta^*$ rather than $\theta = 1$ i.e., it is preferable to set an intermediate degree of competition in order to promote cooperation. Notice that the larger are E^A and p, the lower is α_{min}. Indeed, cooperation is then more beneficial and thus more favorable from a social welfare point of view.

For instance if $\alpha = 0$, it is more beneficial to set $\theta = \theta^* = 1 - \sqrt{1-p}$ rather than $\theta = 1$ if $p \geq \frac{8}{9}$ i.e., if the life expectancy of the market is sufficiently long, which allows firms to efficiently cooperate. Of course for larger values of α, it is preferable to set $\theta = \theta^*$ rather than $\theta = 1$ under much less restrictive conditions.

Proposition 3.2.4. *If α is sufficiently large i.e., if $\alpha \geq \alpha_{min}$, it is preferable from a welfare point of view to set $\theta = \theta^* < 1$ rather than $\theta = 1$ (perfect competition). The larger are E^A and p, the lower is α_{min}. Also the larger are α and E^A, the lower is θ^*.*

Hence, whereas perfect competition might be viewed as a social optimum, it is not necessary the case when one allows firms to set up a gradual process of informal cooperation. We thus argue that authorities should take into account this issue when designing the economic environment. Indeed, we obtain that too much competition can lower firms' ability to collaborate, or even preclude a mutually beneficial cooperation. As a result, it harms firms' ability to mutually reduce their production costs, which is detrimental to social welfare.

3.3 Conclusion

In this paper, we consider two firms willing to mutually reduce their production cost. To do so, each firm can unilaterally agree on compromises and make contributions in order to improve the production process of its competitor, eliminating frictions on the product market and improving the profit opportunities. For instance, each firm can leak its trade secrets, release its protected intellectual property, abandon anti-competitive practices, reduce its production capacity in a declining industry, reduce its extraction capacity of their exhaustible resources, etc. We assume that these contributions are irreversible. Moreover, firms are unable to use threats of punishment. As a result, gradualism in contributions arises endogenously. Indeed, whereas the first best consists in contributing to the best of their ability from the first period of the game, gradualism offers an exit option which committing firms to honesty, thereby ensuring reciprocity.

A gradual process of collaboration endogenously arises if competition is sufficiently low and if the time horizon is sufficiently large. We obtain that heterogeneity between the two firms, fiercer competition or a shorter time horizon slows down the collaboration process i.e., reduces firms' contributions during every period of the game. Also, we obtain that the optimal level of competition from a social welfare point of view is intermediate, although perfect competition maximizes the social welfare when the issue of cooperation is ignored.

Hence, too much competition in an industry might be detrimental because it discourages cooperation, and slows down the gradual process of collaboration that might arise.

References for chapter 3

ASHER S., NIKOLOV P., YE M., One Step at a Time: Does Gradualism Build Coordination?, Working paper, Harvard University, 2013.

AUGENBLICK N., BODOH-CREED A., To Reveal or Not to Reveal: Privacy Preferences and Economic Frictions, Working paper, University of California Berkeley, 2014.

ARROW K. J., Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention, *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors*, edited by the NBER, 1962, 609-626.

BARON J., DELCAMP H., The Strategies of Patent Introduction into Patent Pools, *Economics of Innovation and New Technology*, 24(8), 2015, 776-800.

BELLEFLAMME P., BLOCH F., Dynamic Protection of Innovations through Patents and Trade Secrets, Working paper, Paris School of Economics, 2014.

COMPTE O., JEHIEL P., Gradualism in Bargaining and Contribution Games, *Review of Economic Studies*, 71(4), 2004, 975-1000.

D'ASPREMONT C., JACQUEMIN A., Cooperative and Non-Cooperative R&D in Duopoly with Spillovers, *American Economic Review*, 78(5), 1988, 1133-1137.

DZIUDA W., GRADWOHL R., Achieving Cooperation under Privacy Concerns, 2013, *American Economic Journal: Microeconomics*, forthcoming.

GANGLMAIR B., HOLCOMB A., MYUNG N., Cutthroats or Comrades: Information Sharing Among Competing Fund Managers, Working paper, University of Texas at Dallas , 2015.

GANGLMAIR B., TARANTINO E., Conversation with Secrets, *RAND Journal of Economics*, 45(2), 2014, 273-302.

GHEMAWAT P., NALEBUFF B., The Devolution of Declining Industries, *Quarterly Journal of Economics*, 105(1), 1990, 167-186.

HAEUSSLER C., Information-Sharing in Academia and the industry: A Comparative Study, *Research Policy*, 40(1), 2011, 105-122.

HAEUSSLER C., LIN J., THURSBY J., THURSBY M., Specific and General Information Sharing among Competing Academic Researchers, *Research Policy*, 43(3), 2014, 465-475.

HOFLER S., Why Has Ambiguous Syntax Emerged?, *The Evolution of Language: Proceedings of the 6th International Conference on the Evolution of Language*, edited by A. Cangelosi, A. D. M. Smith, K. Smith, World Scientific, 2006, 122-130.

HÖRNER J. SKRZYPACZ A., Selling Information, 2014, *Journal of Political Economy*, forthcoming.

HOVENKAMP E. N., Tacit Patent Pooling, Working paper, Northwestern University, 2013.

KAMIEN M. I., EITAN M., ZANG I., Research Joint Ventures and R&D Cartels, *American Economic Review*, 82(5), 1992, 1293-1306.

LAYNE-FARRAR A., LERNER J., To Join or not to Join: Examining Patent Pool Participation and Rent Sharing Rules, *International Journal of Industrial Organization*, 29(2), 2011, 294-303.

LOCKWOOD B., THOMAS J. P., Gradualism and Irreversibility, *Review of Economic Studies*, 69(2), 2008, 339-356.

NIEHAUS P., Filtered Social Learning, *Journal of Political Economy*, 119(4), 2001, 686-720.

PENIN J., Are you Open? An Investigation of the Concept of Openness for Knowledge and Innovation, *Revue Economique*, 64(1), 2013, 133-148.

SCHMIDT K. M., Standards, Innovation Incentives, and the Formation of Patent Pools, *The Pros and Cons of Standard Setting*, edited by A. Fredenberg, Stockholm, 2010, 57-79.

STEIN J. C., Conversations among Competitors, *American Economic Review*, 98(5), 2008, 2150-2162.

SZULANSKI G., The Process of Knowledge Transfer: A Diachronic Analysis of Stickiness, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 82(1), 2000, 9-27.

VON HIPPEL E., Cooperation Between Rivals: Informal Know-how Trading, *Research Policy*, 16(6), 1987, 291-302.

Conclusion

Dans cette thèse, nous avons proposé trois chapitres qui traitent différentes problématiques dans des contextes de concurrence imparfaite (marchés financiers, collaboration entre firmes rivales).

Dans le chapitre 1, nous avons évalué quels sont les effets en matière de bien-être social lorsque des investisseurs délaissent les stratégies basées sur l'analyse fondamentale pour acquérir des informations sur les chocs de demande transitoires dirigés vers le marché.

Dans le chapitre 2, nous avons considéré l'effet en matière de bien-être social d'une meilleure diffusion de l'information financière (fondamentale) parmi les investisseurs, lorsque le comportement de tous les acteurs du marché est endogène, y compris celui des agents non spéculatifs ou *noise traders*.

Dans le chapitre 3, nous avons analysé le processus de collaboration graduel entre deux firmes concurrentes qui n'ont pas la possibilité de contracter, et dont les contributions sont irréversibles.

Nous espérons ainsi avoir contribué à la compréhension de la production et de l'utilisation de l'information financière par les investisseurs institutionnels, ainsi qu'à l'analyse des mécanismes de coopération entre firmes rivales.

Nous concluons cette thèse en détaillant les projets de recherche que nous avons entrepris sur la base des modèles que nous avons utilisés dans cette thèse.

Les marchés financiers modernes sont caractérisés par l'apparition d'opérateurs à haute fréquence et par une décentralisation du traitement des ordres sur différentes « places de cotation ». Dans ce contexte, le modèle de Kyle (1985) employé dans les chapitres 1 et 2 permet d'évaluer l'effet de l'activité des opérateurs à haute fréquence en matière de bien-être social. Pour cela, nous considérons un actif risqué coté sur deux places de cotations, en admettant que le flux d'ordres agrégés des investisseurs (informés) et des *noise traders* est divisé en deux parties, chaque partie étant dirigée vers une place de cotation. A très court terme, le teneur de marché de chaque place n'observe que le flux d'ordres agrégés dirigé vers sa propre place de cotation. Quant aux opérateurs à haute fréquence, ils ne disposent d'aucune information mais observent les flux d'ordres agrégés dirigés vers les deux places de cotation avant qu'ils ne soient traités. Ces opérateurs peuvent donc soumettre des ordres durant ce laps de temps pour tirer parti de leur avantage informationnel sur le teneur de marché de chaque place.

Notre objectif est d'évaluer les aspects positifs et négatifs de cette activité en matière de bien-être social. Intuitivement, l'activité des opérateurs à haute fréquence a un aspect positif en matière d'efficience informationnelle puisqu'ils agrègent immédiatement les données dispersées sur les différentes places de cotation. En revanche, leur activité s'apparente à du « *front running* » puisqu'ils devancent la demande des investisseurs informés, ce qui peut contraindre ces derniers à réduire leur demande. Le modèle étendu présenté dans la section 1.4 du chapitre 1 offre un cadre de base à ce travail.

Sur la base du modèle développé dans le chapitre 3, nous entreprenons aussi d'évaluer l'effet sur le processus de collaboration d'une hétérogénéité des préférences des firmes (notamment, une hétérogénéité de leurs taux d'actualisation). Nous entreprenons aussi d'évaluer l'effet d'une latence dans l'observation des contributions de la firme concurrente sur le processus de collaboration. En effet, les résultats des contributions des firmes ne sont pas toujours immédiatement observables (par exemple, une exploitation plus vertueuse des ressources épuisables n'apporte pas instantanément des résultats). Une simple modification du modèle présenté dans le chapitre 3 de la thèse permet de traiter ces questions. Nous prévoyons aussi d'évaluer l'effet d'une capacité d'annulation partielle de ses contributions par une firme qui serait trompée.

Il reste évidemment de nombreuses questions ouvertes en ce qui concerne le comportement stratégique des agents qui évoluent dans le contexte d'un marché financier ou d'une industrie en concurrence imparfaite. En effet, ces agents s'adaptent à un environnement qui ne cesse d'évoluer, tant en matière légale que technologique. En ce qui concerne les marchés financiers, le bouleversement de leur organisation suite de la directive MIFID, et l'usage de plus en plus répandu de stratégies d'investissement basées sur des algorithmes, ouvre la voie à de nombreux sujets de recherche.

En matière d'économie industrielle, la complexification des produits et des méthodes de production rend les firmes de plus en plus interdépendantes, en particulier lorsqu'il s'agit de mettre en place des normes. Les défis soulevés par la transition énergétique et l'épuisement des ressources naturelles demandent aussi de mieux comprendre la coopération entre firmes rivales.

Table des figures

Annexes

A Démonstrations du chapitre 1

A.1 Proposition 1.2.1

The problem of insiders. Insider i maximizes his expected profit with respect to other players' conjectured best responses given in definition 1.2.1. Hence

$$\mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{s}_i\right] = q_i\left(\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}(\tilde{v}+\tilde{\epsilon}_i) - \lambda q_i - \lambda\frac{(n-1)\Phi\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}(\tilde{v}+\tilde{\epsilon}_i)\right).$$

The First Order Condition (FOC) of the last expression yields

$$\begin{aligned} q_i &= \left(\frac{1}{2\lambda}\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2} - \frac{n-1}{2}\frac{\Phi\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}\right)\tilde{s}_i \\ &= \Phi\tilde{s}_i, \end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the best response of insiders. The Second Order Condition (SOC) requires $\lambda > 0$. Solving for Φ yields

$$\Phi = \frac{1}{\lambda}\frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}. \tag{A.1}$$

The problem of speculators. Speculator k maximizes his expected profit with respect to other players' conjectured best responses given in definition 1.2.1. Hence

$$\mathbb{E}\left[d_k(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{w}_k\right] = d_k\left(-\lambda d_k - \lambda\frac{\left[1+(n-1)\Psi\right]\sigma_u^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}\tilde{w}_k\right).$$

The FOC of the last expression yields

$$\begin{aligned} d_k &= \left(-\frac{1+(n-1)\Psi}{2}\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}\right)\tilde{w}_k \\ &= \Psi\tilde{w}_k, \end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the best response of insiders. The SOC still requires $\lambda > 0$. Solving for Ψ yields

$$\Psi = -\frac{\sigma_u^2}{(m+1)\sigma_u^2+2\sigma_z^2}. \tag{A.2}$$

Pricing rule. The market maker absorbs $\tilde{f}$ at the price $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$. Hence

$$\begin{aligned}\tilde{p} &= \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v}, \tilde{f})}{\mathbb{V}(\tilde{f})} \\ &= \lambda \tilde{f},\end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the pricing rule. Since $\tilde{f} = \Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N} \tilde{\epsilon}_i\right) + (1 + m\Psi)\tilde{u} + \Psi \sum_{k\in M} \tilde{z}_k$ one obtains

$$\lambda = \frac{\Phi n \sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1 + m\Psi)^2\sigma_u^2 + \Psi^2 m \sigma_z^2}. \tag{A.3}$$

Equilibrium. Solving the system of equations (A.1), (A.2) and (A.3) yields to Φ, Ψ and λ given in the proposition. Of course, $\lambda > 0$.

A.2 Corollary 1.2.1

It is straightforward to obtain π_f, π_{nf} and L by replacing q_i by $\Phi\tilde{s}_i$, d_k by $\Psi\tilde{w}_k$ and $\tilde{p}$ by $\lambda\tilde{f}$ with Φ, Ψ and λ given in proposition 1.2.1. π'_f and L' are then obtained by assuming $\sigma_z^2 \to \infty$. Concerning Eff($\tilde{p}$), notice that observing $\tilde{p}$ or $\tilde{f}$ is equivalent. Since $\tilde{f} = \Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N} \tilde{\epsilon}_i\right) + (1 + m\Psi)\tilde{u} + \Psi \sum_{k\in M} \tilde{z}_k$ the projection theorem yields

$$\begin{aligned}\text{Eff}(\tilde{p}) &= \frac{\Phi^2 n^2 \sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1 + m\Psi)^2\sigma_u^2 + \Psi^2 m \sigma_z^2} \\ &= \Phi n \lambda.\end{aligned}$$

Since $\Phi = \frac{1}{\lambda}\frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}$ the result directly follows.

A.3 Propositions 1.2.2 - 1.2.8

The analysis of market properties is based on the following remarks that we prove below. First, π_f (resp. π_{nf}) decreases in n (resp. m). Moreover, for n and m exogenously given we obtain

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_v^2} > 0, \quad \frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_u^2} > 0, \quad \frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_\epsilon^2} > 0 \; \textit{if} \; \sigma_\epsilon^2 < \frac{(n-3)\sigma_v^2}{2}, \quad \frac{\partial \pi_f}{\partial m} < 0, \quad \frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_z^2} > 0,$$
$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_v^2} > 0, \quad \frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_u^2} > 0, \quad \frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_\epsilon^2} > 0 \; \textit{if} \; \sigma_\epsilon^2 < \frac{(n-3)\sigma_v^2}{2}, \quad \frac{\partial \pi_{nf}}{\partial n} > 0 \text{ if } n < \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}.$$

Also, π_{nf} is maximized for $\sigma_z^2 = 0$. If m is small then $\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_z^2} < 0$, otherwise π_{nf} is non monotonic in σ_z^2. Finally,

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_z^2} > 0, \quad \frac{\partial L}{\partial m} < 0, \quad \frac{\partial L}{\partial n} > 0 \text{ if } n < \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma\epsilon^2}{\sigma_v^2} \quad \text{and} \quad \frac{\partial \text{Eff}(\tilde{p})}{\partial n} > 0.$$

Computation of the partial derivatives. First, one can directly observe that $\frac{\partial \pi_f}{\partial n} < 0$, $\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial m} < 0$ and $\frac{\partial L}{\partial m} < 0$. Also

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_z^2} = L' \times \frac{m\sigma_u^2(2\sigma_z^2 - \sigma_u^2)}{2\left[m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} < 0 \text{ if } \sigma_z^2 < \frac{\sigma_u^2}{2},$$

$$\frac{\partial L}{\partial n} = \frac{\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2}{\sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}} \frac{\sigma_v^2\sqrt{\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}\left[2\sigma_\epsilon^2 - (n-1)\sigma_v^2\right]}{2\sqrt{n}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2} > 0 \text{ if } n < \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}.$$

Concerning π_f one obtains the following partial derivatives:

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_v^2} = \frac{\sigma_u\left[(n+1)\sigma_v^4 + 2\sigma_\epsilon^2(3\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2)\right]\sqrt{(m+4)\sigma_u^2\sigma_z^2 + 4\sigma_z^4 + \sigma_u^4}}{2\sqrt{n(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_u^2} = \frac{\sigma_v^2\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}\left[2\sigma_z^2(3\sigma_u^4 + 6\sigma_u^2\sigma_z^2 + 4\sigma_z^4) + (m+1)\sigma_u^6\right]}{2\sqrt{n\sigma_u^2}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]^2\sqrt{(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_\epsilon^2} = \frac{\sigma_v^2\sigma_u\left[(n-3)\sigma_v^2 - 2\sigma_\epsilon^2\right]\sqrt{(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}}{2\sqrt{n(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]} > 0 \text{ if } \sigma_\epsilon^2 < \frac{(n-3)\sigma_v^2}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial \sigma_z^2} = \frac{m\sigma_v^2\sigma_u^{1.5}\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}\left[(m+5)\sigma_u^2 + 6\sigma_z^2\right]}{2\sqrt{n}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]^2\sqrt{(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial m} = -\frac{\sigma_v^2\sigma_u^{1.5}\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}\left[(m+7)\sigma_u^2\sigma_z^2 + 2(\sigma_u^4 + \sigma_z^4)\right]}{2\sqrt{n}\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]^2\sqrt{(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}} < 0.$$

Finally one obtains the following partial derivatives concerning π_{nf}:

$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_v^2} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{n}\sigma_u^{1.5}(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)\left[(n+1)\sigma_v^4 + 2\sigma_\epsilon^2(3\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2)\right]}{\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]\sqrt{(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_u^2} = \frac{\sqrt{n\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}\sigma_v^2\left[(m+1)\sigma_u^8 + (2m^2 + 9m + 13)\sigma_u^6\sigma_z^2 + (20m + 46)\sigma_u^4\sigma_z^4 + (8m + 60)\sigma_u^2\sigma_z^6 + 24\sigma_z^8\right]}{2\left[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]\left[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2\right]^2\left[(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)\right]^{1.5}} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_\epsilon^2} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{n}\sigma_v^2\sigma_u^{1.5}(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)[(n-3)\sigma_v^2 - 2\sigma_\epsilon^2]}{[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2]^2[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2]\sqrt{(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)}} > 0 \text{ if } \sigma_\epsilon^2 < \frac{(n-3)\sigma_v^2}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial n} = -\frac{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}\sigma_v^2\sigma_u^{1.5}(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)[(n-1)\sigma_v^2 - 2\sigma_\epsilon^2]}{2\sqrt{n}[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2]^2[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2]\sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)^2}} > 0 \text{ if } n < \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}.$$

The analysis of $\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_z^2}$ is more subtle. Notice first that π_{nf} is maximized for $\sigma_z^2 = 0$. Indeed,

$$\pi_{nf}(\sigma_z^2 = 0) > \pi_{nf}(\sigma_z^2 > 0) \quad \text{if} \quad \sqrt{m\sigma_u^2\sigma_z^2 + (\sigma_u^2 + \sigma_z^2)^2}[(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2] > (m+1)\sigma_u^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2),$$

which is the case if

$$16\sigma_z^6 + (20m + 32)\sigma_u^2\sigma_z^4 + (7m^2 + 26m + 23)\sigma_u^4\sigma_z^2 + (m^3 + 4m^2 + 9m + 6)\sigma_u^6 > 0$$

which is of course verified. Also,

$$\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_z^2} = -f(\sigma_z^2) \times \frac{\sigma_v^2\sigma_u^2\sqrt{n\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2)}}{[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2][(m+1)\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2]^2[(m\sigma_z^2 + \sigma_u^2)\sigma_u^2 + 4\sigma_z^2(\sigma_u^2 + \sigma_z^2)]^{1.5}},$$

with $f(\sigma_z^2)$ the following cubic equation

$$f(\sigma_z^2) = 16(\sigma_z^2)^3 + 2(m+20)\sigma_u^2(\sigma_z^2)^2 - (m^2 - 9m - 28)\sigma_u^4(\sigma_z^2) + (m^2 + 3m + 6)\sigma_u^6.$$

Thus $\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_z^2} > 0$ if $f(\sigma_z^2) < 0$. Firstly, $f(\sigma_z^2) > 0$ if $m^2 - 9m - 28 < 0$ i.e., if $m < \frac{\sqrt{193}+9}{2} \simeq 11.45$. Hence, $\frac{\partial \pi_{nf}}{\partial \sigma_z^2} < 0$ for all $\sigma_z^2, \sigma_u^2 \geq 0$ if m is relatively small. Secondly, if $m \geq \frac{\sqrt{193}+9}{2}$ then $\frac{\partial f(\sigma_z^2)}{\partial \sigma_z^2}$ admits one positive root denoted by $\sigma_z^{2*} = \frac{\sqrt{13m^2-68m+64}-(m+20)}{24}\sigma_u^2$ with $\sigma_z^{2*} = 0$ if $m = \frac{\sqrt{193}+9}{2}$ and $\sigma_z^{2*} > 0$ if $m > \frac{\sqrt{193}+9}{2}$. In this case since $\frac{\partial f(\sigma_z^2)}{\partial \sigma_z^2} < 0$ for $\sigma_z^2 = 0$, $\frac{\partial f(\sigma_z^2)}{\partial \sigma_z^2} < 0$ as long as $\sigma_z^2 < \sigma_z^{2*}$. Otherwise, $\frac{\partial f(\sigma_z^2)}{\partial \sigma_z^2} = 0$ for $\sigma_z^2 = \sigma_z^{2*}$ and $\frac{\partial f(\sigma_z^2)}{\partial \sigma_z^2} > 0$ for $\sigma_z^2 > \sigma_z^{2*}$. Thus $f(\sigma_z^2)$ is positive for $\sigma_z^2 = 0$, then decreases for $\sigma_z^2 \in [0; \sigma_z^{2*}]$ until it reaches a global minimum. After that, $f(\sigma_z^2)$ increases for $\sigma_z^2 > \sigma_z^{2*}$. Consequently, $f(\sigma_z^2)$ might be negative if it decreases sufficiently for $\sigma_z^2 \in [0; \sigma_z^{2*}]$, which is the case if m is sufficiently large (for instance if $m = 40$ and $\sigma_u^2 = 0.5$). Hence if m is sufficiently large, π_{nf} attains its global maximum for $\sigma_z^2 = 0$, then decreases in σ_z^2 toward a local minimum before increasing toward a local maximum and, after that, decreasing toward zero.

A.4 Proposition 1.3.1

For n'^* it suffices to replace π'_f in $n'^*\pi'_f = c_f$ by its equilibrium value given in proposition 1.2.1 with n'^* instead of n, and to rearrange this equation. The derivative of n'^* with respect to c_f directly follows from the fact that since $\pi'_f(n'^*) = c_f$ and π'_f decreases in n, then n'^* must decrease to ensure the last equality when c_f rises.

Concerning n^* and m^* one must consider the system of equations $n\pi_f = c_f$ and $m\pi_{nf} = c_{nf}$ given in definition 1.3.1. Replacing π_f and π_{nf} by their equilibrium values and solving for n and m yields after some algebra the unique couple (n^*, m^*) given in proposition 1.3.1.

Concerning the partial derivatives of n^* with respect to c_f and c_{nf}, their computation yields after rearrangements in the first (resp. second) case an expression in which all terms are negative (resp. positive). These expressions being quite lengthy, we do not report them but we keep them at disposal.

We prove the derivative of m^* with respect to c_{nf} by contradiction (its differentiate being too complicated). Assume that the latter positive: raising c_{nf} increases m^*. Notice that the equilibrium condition $\pi_f(n^*, m^*) = c_f$ depends on m^*. Since π_f decreases in m, the raise in m^* must cause a fall in n^* in order to preserve the last equality. Nevertheless, one can directly observe that n^* is positively related to c_{nf}. Hence, there is a contradiction.

Finally, the limit of m^* is negative if $c_f \to 0$ or $c_f \to \infty$. Also, the derivative of m^* is positive for c_f sufficiently small and negative for c_f sufficiently large, and cuts the x axis for a unique c_f. Hence, m^* first increases in c_f, attains a global maximum and then decreases.

Existence of the IPE. It follows from proposition 1.3.1 that there exists $\bar{c}'_f$ such that $n'^* = 1$. If c_f is above this threshold then $n'^* < 1$ and nobody produces neither fundamental nor non-fundamental information (if the latter is available). Indeed if there is no insider, there is no speculator either since $\pi_{nf} = 0$ if $n = 0$. It is also possible to have $n'^* \geq 1$ whereas nobody would produce non-fundamental information if the latter were available (typically if c_{nf} is too high). This case is ruled out since it does not allow to compare the two information regimes: everything would be equal in presence or in absence of non-fundamental information ($n'^* = n^*$ and $m^* = 0$).

In fact, it follows from the partial derivatives in proposition 1.3.1 that one must ensure that $c_{nf} \in \left[\underline{c}_{nf}; \overline{c}_{nf}\right]$ and $c_f \in \left[\underline{c}_f; \overline{c}_f\right]$ with $\overline{c}_f < \overline{c}'_f$ since $\pi_f < \pi'_f$. Given $c_{nf} \in \left[\underline{c}_{nf}; \overline{c}_{nf}\right]$ $c_f \leq \overline{c}_f$ ensures $n^* \geq 1$ and $c_f \geq \underline{c}_f$ ensures $m^* \geq 1$. Reciprocally given $c_f \in \left[\underline{c}_f; \overline{c}_f\right]$ $c_{nf} \leq \overline{c}_{nf}$ ensures $m^* \geq 1$ and $c_{nf} \geq \overline{c}_{nf}$ ensures $n^* \geq 1$. Notice that $\underline{c}_f$ and $\overline{c}_f$ depend on c_{nf}, while $\underline{c}_{nf}$ and $\overline{c}_{nf}$ depends on c_f. Consequently, one must appropriately choose the couple (c_f, c_{nf}) to ensure the existence of the IPE.

A.5 Proposition 1.3.3

We first report the proofs concerning $\text{Eff}'^*(\tilde{p})$. Since $\frac{\partial \pi'_f}{\partial \sigma_v^2} > 0$, n'^* increases in σ_v^2. Moreover, since $\frac{\partial \text{Eff}(\tilde{p})}{\partial n} > 0$ and

$$\frac{\partial \text{Eff}(\tilde{p})}{\partial \sigma_v^2} = \frac{\sigma_v^2(\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2)}{[(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2]^2} > 0,$$

$\text{Eff}'^*(\tilde{p})$ increases in σ_v^2. Concerning the derivative of $\text{Eff}(\tilde{p})$ with respect to σ_ϵ^2, one can obtain

$$\frac{\partial \text{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_\epsilon^2} = \frac{\frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2}\sigma_v^2\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right] - n'^*\sigma_v^2\left(\frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2} + 2\right)}{\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2} > 0 \text{ if } \frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2} > \frac{2n'^*}{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.$$

Now, remind that n'^* is given by $c_f^2 n'^*\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2 - \sigma_v^4\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) = 0$. The implicit function theorem yields

$$\frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2} = \frac{\sigma_v^4\sigma_u^2 - 4c_f^2 n'^*\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]}{c_f^2\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]\left[(3n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]}.$$

Replacing $\frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2}$ in the condition $\frac{\partial n'^*}{\partial \sigma_\epsilon^2} > \frac{2n'^*}{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}$ yields after simplifications

$$(\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2)\sigma_v^4\sigma_u^2 - 6c_f^2 n'^*\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2 > 0.$$

Isolating σ_u^2 in $c_f^2 n'^*\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2 - \sigma_v^4\sigma_u^2(\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) = 0$ and substituting σ_u^2 by this value in the last inequation yields the following contradiction

$$-\frac{c_f^2 n'^*(5\sigma_v^2 + 4\sigma_\epsilon^2)\left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2}{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2} > 0,$$

Hence, $\frac{\partial \text{Eff}'^*(\tilde{p})}{\partial \sigma_\epsilon^2} < 0$. Concerning the derivative of $\text{Eff}'^*(\tilde{p})$ with respect to σ_u^2, since π'_f is increasing in σ_u^2, n'^* and thus $\text{Eff}'^*(\tilde{p})$ are increasing in σ_u^2. Finally concerning its derivative with respect to c_f, note that any rise in c_f implies a fall in n'^* and thus in $\text{Eff}'^*(\tilde{p})$ since $\pi'_f(n'^*) = c_f$ and since π'_f decreases in n.

Concerning $\text{Eff}^*(\tilde{p})$, direct computations of its partial derivatives lead to the results of the proposition. In each case one obtains after rearrangements either an expression in which all terms are positive (positive derivatives) or an expression in which all terms are negative (negative derivatives). Since these expressions are very lengthy, we do not report them here. However, we keep them at disposal.

A.6 Proposition 1.3.4

Concerning L'^* one can obtain
$$\frac{\partial L'^*}{\partial c_f} = \frac{\partial n'^*}{\partial c_f} c_f + n'^*.$$
Since n'^* is determined through $c_f^2 n'^* \left[(n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]^2 - \sigma_v^4\sigma_u^2(\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2) = 0$ the implicit function theorem yields
$$\frac{\partial L'^*}{\partial c_f} = n'^* \frac{(n'^*-1)\sigma_v^2 - 2\sigma_\epsilon^2}{(3n'^*+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2} > 0 \quad \text{if} \quad n'^* > \frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}.$$
Since n'^* is large (resp. small) for a sufficiently small (resp. large) c_f, this condition would be respected (resp. would not be respected) for a small (resp. large) c_f, and the cutoff point would correspond to $\hat{c}'_f$.

We now give the proof that L^* is hump-shaped with respect to c_{nf}. The steps of the proof are exactly the same for c_f. Hence, we only report the proof for c_{nf}. We first show that the derivative of L'^* with respect to c_{nf} has a unique positive root. Equating to zero the differentiate of L^* with respect to c_{nf} yields
$$\frac{\sqrt{\frac{c_f}{c_{nf}}}\sigma_u^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}} + \sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)\left[c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)\right]}{\left(4\sqrt{c_f c_{nf}}\sigma_v^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}} + \left[c_f\sigma_u^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2).$$
We denote $f(c_{nf})$ the left hand side of this equation. $f(c_{nf}) \to \infty$ when $c_{nf} \to 0$ and $f(c_{nf}) \to [\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)]^-$ when $c_{nf} \to \infty$. It remains to show that $f(c_{nf})$ cross $\sigma_v^2(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)$ for a unique $c_{nf} > 0$. To do so, it suffices to show that $f(c_{nf})$ admits a unique extremum for $c_{nf} \in (0;\infty)$. The differentiate of $f(c_{nf})$ with respect of c_{nf} is of the sign of
$$4\sigma_v^4(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)^2c_{nf}^2 - 6c_f\sigma_v^2(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)(\sigma_u^2+2\sigma_z^2)c_{nf} - 6\sigma_v^4\sigma_u^4\sigma_z^2\sqrt{c_f c_{nf}}\sqrt{\frac{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}{\sigma_u^2+\sigma_z^2}}\sqrt{c_{nf}} - c_f^2\sigma_u^4(\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2)^2.$$
One can rewrite the previous equation thanks to the change of variable $x = \sqrt{c_{nf}}$ to obtain
$$g(x) = ax^4 - bx^2 - cx - d.$$
Differentiating $g(x)$ with respect to x yields $4ax^3 - 2bx - c$. This equation is negative for $x = 0$, positive for $x \to \infty$ and has a unique positive root. Hence, $4ax^3 - 2bx - c$ crosses the x axis for a

unique $x^* > 0$. Thus, the slope of $g(x)$ for $x \geq 0$ is negative and then positive. $g(x)$ thus crosses the x axis for a unique x^**. Consequently, the slope of $f(c_{nf})$ is also negative then positive i.e., $f(c_{nf})$ admits a unique extremum for a unique c_{nf}. Hence $f(c_{nf})$ crosses $\sigma_v^2(\sigma_u^2 + 2\sigma_z^2)$ for a unique c_{nf} that corresponds to $\hat{c}_{nf}$. Now, notice that $L^* \to 0$ if $c_{nf} \to 0$ or $c_{nf} \to \infty$. Hence, this unique positive root must corresponds to a maximum for L^*. Indeed if it were not the case, it would imply $L^* < 0$. However, it is straightforward to obtain that $L^* \geq 0$. Since this unique root corresponds to a maximum, L^* is hump-shaped.

A.7 Proposition 1.3.6

If $\sigma_z^2 = 0$ the trading cost borne by noise traders if non-fundamental information is available is equal to

$$\frac{\sqrt{c_f c_{nf}}\sigma_v^2\sqrt{\sigma_u^2}\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}}{c_f(\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2}.$$

Then $L'^* > L^*$ if

$$\sqrt{c_f c_{nf}} - \delta\left[c_f(\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2) + c_{nf}\sigma_v^2\right] > 0 \quad \text{with} \quad \delta = \frac{\sqrt{n'^*}}{(n'^* + 1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}. \tag{A.4}$$

One can rewrite the last inequation as $-\delta\sigma_v^2 x^2 + \sqrt{c_f}x - \delta c_f(\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2) > 0$ with $x = \sqrt{c_{nf}}$. This inequation admits two positive real roots: x_1^* and x_2^*. Hence, inequality (A.4) is respected if

$$c_{nf} \in \left[\min(c_{nf1}^*, c_{nf2}^*); \max(c_{nf1}^*, c_{nf2}^*)\right]$$

with $c_{nf1}^* = x_1^{*2}$ and $c_{nf2}^* = x_2^{*2}$. Straightforward computations yields

$$c_{nf1}^* = \frac{c_f}{n'^*}\left(\frac{\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}\right)^2 \quad \text{and} \quad c_{nf2}^* = n'^* c_f.$$

Now assume that $c_{nf} = c_{nf2}^*$ i.e., $c_{nf} = n'^* c_f$. Then one obtains

$$\begin{aligned} m^* &= \frac{1}{c_f}\left(\frac{\sigma_v^2\sqrt{\sigma_u^2}\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}}{\sqrt{n'^*}\left[(n'^* + 1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2\right]} - c_f\right) \\ &= \frac{1}{c_f}\left[\pi'_f(n'^*) - c_f\right] \\ &= 0. \end{aligned}$$

Consequently since $m^* \geq 1$ one must ensure $c_{nf} < c_{nf2}^*$. As a result if $c_{nf2}^* \leq c_{nf1}^*$ then c_{nf} must be outside of the range $\left[c_{nf2}^*; c_{nf1}^*\right]$ under which $L'^* \geq L^*$. Said differently, L^* is necessary smaller than L'^*. One can then obtain that $c_{nf2}^* \leq c_{nf1}^*$ if $n'^* \leq \frac{\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2}$. Otherwise if $c_{nf2}^* > c_{nf1}^*$ it is possible to have $c_{nf} > c_{nf1}^*$. Then $L^* > L'^*$ if $c_{nf} \in (c_{nf1}^*; c_{nf2}^*)$ i.e., if $c_{nf} > c_{nf1}^*$.

A.8 Proposition 1.3.8

The proof is very close from the one of proposition 1.2.1, except that the demand of the n insiders is now equal to $q_i = \Phi\tilde{v}$, and the m the demand of speculators is now equal to $d_k = \Psi_1\tilde{v} + \Psi_2\tilde{u}$.

The problem of insiders. Insider i only observes $\tilde{v}$ and thus maximizes

$$q_i(\tilde{v} - \lambda q_i - \lambda(n-1)\Phi\tilde{v} - \lambda m\Psi_1\tilde{v}).$$

The FOC yields (the SOC requires $\lambda > 0$)

$$\Phi = \frac{1}{\lambda(n+1)} - \frac{m}{n+1}\Psi_1.$$

The problem of speculators. Speculator k observes $\tilde{v}$ and $\tilde{u}$ and thus maximizes

$$d_k(\tilde{v} - \lambda d_k - \lambda n\Phi\tilde{v} - \lambda(m-1)\Psi_1\tilde{v} - \lambda(m-1)\Psi_2\tilde{u} - \tilde{u}).$$

The FOC yields

$$\Psi_1 = \frac{1}{2\lambda} - \frac{n}{2}\Phi - \frac{m-1}{2}\Psi_1, \qquad \Psi_2 = -\frac{1}{m+1}.$$

Pricing rule. λ is obtained as usual i.e., $\lambda = \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{f})}{\mathbb{V}(\tilde{f})}$ with $\tilde{f} = nq_i + md_k + \tilde{u}$.

Equilibrium. Solving for Φ, Ψ_1, Ψ_2 and λ finally yields

$$\Phi = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2}}\frac{1}{(m+1)\sqrt{n+m}}, \qquad \Psi_2 = -\frac{1}{m+1}$$
$$\Psi_1 = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2}}\frac{1}{(m+1)\sqrt{n+m}}, \qquad \lambda = \sqrt{\frac{\sigma_v^2}{\sigma_u^2}}\frac{m+1}{n+m+1}\sqrt{n+m}.$$

Information production. π_f and π_{nf} directly follow. One then easily obtains the Information Production Equilibrium n^{**} and m^{**} by ensuring that $\pi_f = c_f$ and $\pi_{nf} = c_f + c_{nf}$.

Existence of the IPE. The following condition ensures that $n^{**} \geq 1$ and $m^{**} \geq 1$:

$$\frac{c_{nf}}{c_f}(c_f + c_{nf}) \geq \sqrt{\frac{c_f}{c_{nf}}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2} \geq 2(c_f + cnf).$$

Firstly, the interval in which $\sqrt{c_f/c_{nf}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2}$ must belong must be nonempty, which is the case if $c_{nf} \geq 2c_f$: a necessary condition for having $n^{**} + m^{**} \geq 2$. Secondly, one must appropriately choose σ_v^2 and σ_u^2 in order to ensure that $\sqrt{c_f/c_{nf}}\sqrt{\sigma_v^2\sigma_u^2}$ belongs to this interval. These conditions ensure that at least one pure fundamental trader coexists with those informed about both $\tilde{v}$ and $\tilde{u}$, and inversely (we rule out the special case where all acquire non-fundamental information[1]).

[1] Indeed, it would require to recompute the equilibrium under the assumption that $n^* = 0$, without leading to new intuitions.

A.9 Proposition 1.4.1

The problem of insiders. Insider i maximizes his expected profit with respect to other players' conjectured best responses given in definition 1.4.1. Hence

$$\mathbb{E}\left[q_i(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{s}_i\right] = q_i\left(\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}(\tilde{v}+\tilde{\epsilon}_i) - \lambda(1+m\Psi_1)q_i - \lambda(1+m\Psi_1)\frac{(n-1)\Phi\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}(\tilde{v}+\tilde{\epsilon}_i)\right).$$

The FOC of the last expression yields

$$\begin{aligned} q_i &= \left(\frac{1}{2\lambda(1+m\Psi_1)}\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2} - \frac{n-1}{2}\frac{\Phi\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2}\right)\tilde{s}_i \\ &= \Phi\tilde{s}_i, \end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the best response of insiders. The SOC requires $(1+m\Psi_1)\lambda > 0$. Solving for Φ yields

$$\Phi = \frac{1}{\lambda(1+m\Psi_1)}\frac{\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2+2\sigma_\epsilon^2}. \tag{A.5}$$

The problem of fast speculators. Speculator k maximizes his expected profit with respect to other players' conjectured best responses given in definition 1.2.1. Hence

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}\left[d_k(\tilde{v}-\tilde{p})|\tilde{f}^-,\tilde{u}_1\right] = \\ &d_k\left(\frac{\Phi n\sigma_v^2(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1)}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)+(1-\alpha)\sigma_u^2} - \lambda d_k - \lambda\left[1+(m-1)\Psi_1\right](\tilde{f}^- - \tilde{u}_1) - \lambda\left[1+(m-1)\Psi_2\right]\tilde{u}_1\right). \end{aligned}$$

The FOC of the last expression yields

$$\begin{aligned} d_k &= \left(\frac{1}{2\lambda}\frac{\Phi n\sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)+(1-\alpha)\sigma_u^2} - \frac{1+(m-1)\Psi_1}{2}\right)(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1) + \left(-\frac{1+(m-1)\Psi_2}{2}\right)\tilde{u}_1 \\ &= \Psi_1(\tilde{f}^- - \tilde{u}_1) + \Psi_2\tilde{u}_1, \end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the best response of insiders. The SOC requires $\lambda > 0$. Solving for Ψ yields

$$\Psi_1 = \frac{1}{(m+1)\lambda}\frac{\Phi n\sigma_v^2}{\Phi^2 n(n\sigma_v^2+\sigma_\epsilon^2)+(1-\alpha)\sigma_u^2} - \frac{1}{m+1}, \qquad \Psi_2 = -\frac{1}{m+1}. \tag{A.6}$$

Pricing rule. The market maker absorbs $\tilde{f}$ at the price $\tilde{p} = \mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{f})$. Hence

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{f})}{\mathbb{V}(\tilde{f})} \\ &= \lambda\tilde{f}, \end{aligned}$$

which respects the initial conjecture on the pricing rule. Since

$$\tilde{f} = (1 + m\Psi_1)\left[\Phi\left(n\tilde{v} + \sum_{i\in N}\tilde{\epsilon}_i\right) + \tilde{u}_2\right] + (1 + m\Psi_2)\tilde{u}_1$$

one obtains

$$\lambda = \frac{(1 + m\Psi_1)\Phi n\sigma_v^2}{(1 + m\Psi 1_1)^2\left[\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2\right] + \frac{\alpha\sigma_u^2}{(m+1)^2}}. \tag{A.7}$$

Equilibrium. Solving equations (A.6) and (A.7) yields a system in which Ψ_1 and λ depends on Φ. For any $\Phi > 0$ this system admits a solution where $\lambda > 0$. One can also check that Ψ_1 is then positive. Thus, the SOC are then respected. Hence, to solve the equilibrium if suffices to conjecture a positive value for Φ, solving Ψ_1, Ψ_2 and λ thanks to this conjectured value, and reinserting the obtained values of Ψ_1, Ψ_2 and λ in the analytic solution of Φ given by equation (A.5). The equilibrium is then obtained once the conjectured Φ corresponds to the one obtained analytically.

A.10 Proposition 1.4.2

Straightforward computations yield

$$\begin{aligned}\mathrm{Eff}(\tilde{p}) &= 1 - \frac{\mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{f}}{\sigma_v^2}\\ &= \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{f})^2}{\sigma_v^2\mathbb{V}(\tilde{f})}.\end{aligned}$$

Using this formula one obtains

$$\begin{aligned}\mathrm{Eff}(\tilde{p}) &= \frac{(1 + m\Psi_1)^2\Phi^2 n^2\sigma_v^2}{(1 + m\Psi_1)^2\left[\Phi^2 n(n\sigma_v^2 + \sigma_\epsilon^2) + (1-\alpha)\sigma_u^2\right] + \frac{\alpha\sigma_u^2}{(m+1)^2}}\\ &= (1 + m\Psi_1)\Phi n\sigma_v^2 \times \lambda\\ &= \frac{n\sigma_v^2}{(n+1)\sigma_v^2 + 2\sigma_\epsilon^2}.\end{aligned}$$

A.11 Corollary 1.4.1 and Proposition 1.4.4

Replacing α by 1 and σ_ϵ^2 by zero in the system that characterizes the equilibrium in proposition 1.4.1 yields Φ, Ψ_1, Ψ_2 and λ given in corollary 1.4.1. The system that defines the IPE then directly follows from the condition $\pi_f = c_f$ and $\pi_{nf} = c_{nf}$ i.e.,

$$\frac{(n-m)\sigma_v\sigma_u}{(m+1)(n+1)n\sqrt{n}} = c_f, \qquad \frac{\sigma_v\sigma_u}{(m+1)\sqrt{n}}.$$

Taking m as exogenously given, the first part of the system that defines the IPE in corollary 1.4.1 admits two positive roots (if the exogenous parameters are appropriately chosen):

$$n^* = \frac{c_{nf} - c_f + \sqrt{(c_{nf} - c_f)^2 - 4mc_f c_{nf}}}{2c_f},$$
$$n^{**} = \frac{c_{nf} - c_f - \sqrt{(c_{nf} - c_f)^2 - 4mc_f c_{nf}}}{2c_f}.$$

Of course $n^* > n^{**}$. Then, one obtains m^* and m^{**} from $m = \frac{\sigma_v \sigma_u}{\sqrt{n} c_{nf}} - 1$. Since m is inversely related to n, it follows that $m^* < m^{**}$. The equilibrium ranking is then obtained from the fact that L is inversely related to n and $\text{Eff}(\tilde{p})$ is positively related to m.

B Démonstrations du chapitre 2

B.1 Proposition 2.3.1

Nous obtenons d'abord les espérances conditionnelles suivantes :

$$\mathbb{E}(\tilde{v}|\tilde{x}_i) = \beta_1 \tilde{x}_i \quad \text{avec} \quad \beta_1 = \frac{(g+1)\sigma_v^2}{(g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2},$$
$$\mathbb{E}(\tilde{f}|\tilde{x}_i) = q_i + \phi\beta_2\tilde{x}_i \quad \text{avec} \quad \beta_2 = \frac{(n-1)(g+1)\sigma_v^2 + [n(g+1)-2g-1]\rho\sigma_\epsilon^2 + g\sigma_\epsilon^2}{(g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2}.$$

Nous obtenons aussi que

$$\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p}) = \delta n\sigma_v^2, \quad \mathbb{V}\left(\tilde{p}\middle|\sum\nolimits_{k\in M} d_k\right) = \delta^2 n\Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big), \tag{B.1}$$
$$\mathbb{V}(\tilde{p}|\tilde{w}_k) = \delta^2 n\Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) + (m-1)\psi^2\sigma_w^2.$$

Nous résolvons ensuite ϕ avec l'équation (2.4) pour obtenir

$$\phi = \frac{\delta}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\beta_1}{\beta_2+2} = \frac{(g+1)\sigma_v^2}{(n+1)(g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2}. \tag{B.2}$$

Nous obtenons ensuite avec l'équation (2.5) et l'équation (B.1) que

$$\psi = \frac{-\frac{\gamma}{2}(1-n\delta)\sigma_v^2}{\lambda + \frac{\gamma}{2}(1-n\delta)^2\sigma_v^2 + \frac{\gamma}{2}\delta^2 n[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2 + \frac{\gamma}{2}\lambda^2\psi^2(m-1)\sigma_w^2}. \tag{B.3}$$

D'après l'équation (B.3) le coefficient ψ est une racine de l'équation cubique suivante :

$$\gamma\lambda^2\psi^3(m-1)\sigma_w^2 + \gamma\psi(1-n\delta)^2\sigma_v^2 + \gamma\psi\delta^2[1+(n-1)\rho]n\sigma_\epsilon^2 + 2\lambda\psi + \gamma(1-n\delta)\sigma_v^2 = 0. \tag{B.4}$$

Nous résolvons l'équation (2.7) à l'aide de l'équation (B.1) :

$$\lambda_{nt} = \sqrt{n\delta}\sqrt{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}. \tag{B.5}$$

Puisque $\lambda = \frac{\lambda_{nt}}{|\psi|m\sigma_w}$ nous obtenons que

$$\lambda^2\psi^2 m\sigma_w^2 = n\delta\Big((1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) > 0. \tag{B.6}$$

Nous pouvons alors remplacer $\lambda^2\psi^2 m\sigma_w^2$ par cette valeur dans l'équation (B.4) pour la transformer en équation du premier degré. En suivant les étapes de la proposition 1 de Spiegel et Subrahmanyam (1992), nous obtenons que le système formé par les équations (B.2), (B.4) et (B.6) admet sous la contrainte (2.8) une unique solution où $\lambda > 0$ (la condition de second ordre du problème des spéculateurs). Cette solution est donnée par

$$\phi = \frac{\delta}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{(g+1)\sigma_v^2}{(n+1)(g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2},$$

$$\psi = -\frac{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \frac{2}{\gamma}\sqrt{\frac{n\delta}{m\sigma_w^2}}\sqrt{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}}{\frac{m-1}{m}n\delta\Big((1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) + (1-n\delta)^2\sigma_v^2 + \delta^2[1+(n-1)\rho]n\sigma_\epsilon^2},$$

$$\lambda = |\psi|^{-1}\sqrt{\frac{n\delta}{m\sigma_w^2}}\sqrt{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}.$$

Nous constatons que $\phi > 0$ et $\psi < 0$ sous la contrainte (2.8). Précisons que ψ est fortement simplifié si $m = 1$ (voir la note 45) :

$$\psi = -\frac{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \frac{2}{\gamma}\sqrt{\frac{n\delta}{\sigma_w^2}}\sqrt{(1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}}{(1-n\delta)^2\sigma_v^2 + \delta^2[1+(n-1)\rho]n\sigma_\epsilon^2} \quad \text{si} \quad m = 1. \tag{B.7}$$

B.2 Proposition 2.3.2

Nous réécrivons la contrainte (2.8) de la manière suivante :

$$\frac{\gamma^2}{4}m^2\sigma_w^2 > \frac{n(g+1)\Big((g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2\Big)}{\Big((g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big)^2}. \tag{B.8}$$

Partie (i). La dérivée de la partie droite de l'équation (B.8) par rapport à ρ est égale à

$$n(g+1)\sigma_\epsilon^2 \times \frac{g\Big((g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [(g+1)n-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big) - 2[(g+1)n-1][(g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2]}{\Big((g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [(g+1)n-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big)^3}.$$

Cette expression est strictement négative si

$$\frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_v^2} > -\frac{2n[g(g+1)+1] - g(g+3) - 2}{2n(g+1) + g\rho[(g+1)n-1] - g(g+2) - 2}. \tag{B.9}$$

Puisque $n \geq 2$, $g \in [0, n-1]$ et $\rho \in [-\frac{1}{n-1}, 1]$ la fraction de la partie droite de la condition (B.9) est positive. Ainsi, sa partie droite est négative. La condition (B.9) est donc systématiquement vérifiée puisque $\sigma_v^2, \sigma_\epsilon^2 > 0$. La dérivée par rapport à ρ de la partie droite de la contrainte (B.8) est donc négative.

Partie (ii). Nous dérivons par rapport à g la partie droite de la contrainte (B.8). Nous multiplions ensuite cette dérivée par le dénominateur (positif) de la partie droite de la contrainte (2.8) pour obtenir

$$2n(g+1)\sigma_v^2 + [(2g+1)\rho+1]n\sigma_\epsilon^2 - 2n(g+1)\frac{[\sigma_v^2+(n\rho+1)\sigma_\epsilon^2][(g+1)\sigma_v^2+(g\rho+1)\sigma_\epsilon^2]}{(g+1)\sigma_v^2+(g+2)\sigma_\epsilon^2+[n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2}. \quad \text{(B.10)}$$

L'équation (B.10) est positive (resp. négative) si $\rho < \rho^*$ (resp. si $\rho > \rho^*$) avec

$$\rho^* = \frac{(g+1)\sigma_v^2 - g\sigma_\epsilon^2}{[(g+1)n-2g-1]\sigma_\epsilon^2}.$$

La seconde racine qui annule l'équation (B.10) est $\rho^{**} = 1$. Ce cas est toutefois hors de propos puisqu'il correspond à la situation où les signaux $\tilde{s}_i$ tous identiques, c'est à dire au cas où les spéculateurs accèdent tous au même signal public quelque soit la valeur de g.

B.3 Dérivée du coefficient δ par rapport à g

Comme $\rho \in \left[-\frac{1}{n-1}; 1\right]$ nous obtenons

$$\begin{aligned}\frac{\partial\delta}{\partial g} &= \sigma_v^2 \times \frac{\Big((n+1)(g+1)\sigma_v^2+(g+2)\sigma_\epsilon^2+[(g+1)n-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big) - (g+1)[(n+1)\sigma_v^2+(1+n\rho)\sigma_\epsilon^2]}{\Big((n+1)(g+1)\sigma_v^2+(g+2)\sigma_\epsilon^2+[(g+1)n-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big)^2}\\ &= \frac{(1-\rho)\sigma_v^2\sigma_\epsilon^2}{\Big((n+1)(g+1)\sigma_v^2+(g+2)\sigma_\epsilon^2+[(g+1)n-1]\rho\sigma_\epsilon^2\Big)^2} > 0.\end{aligned}$$

B.4 Dérivée de $|\psi|$ par rapport à g

La dérivée de δ par rapport à g étant positive, nous dérivons $|\psi|$ par rapport à δ :

$$\frac{\partial|\psi|}{\partial\delta} = \sigma_v^2 \times \frac{(1-n\delta)\Big(2n(1-n\delta)\sigma_v^2 - 2n\delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) - n\Big(\frac{2\lambda}{\gamma}+(1-n\delta)^2\sigma_v^2+n\delta^2[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big)}{\Big(\frac{2\lambda}{\gamma}+(1-n\delta)^2\sigma_v^2+n\delta^2[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big)^2}.$$

Cette expression est positive si $\frac{2}{\gamma}\lambda < \sigma_v^2(1-n\delta)^2 - \delta\sigma_\epsilon^2[1+(n-1)\rho](2-n\delta)$.

B.5 Dérivée de λ_{nt} par rapport à g

La dérivée de δ par rapport à g étant positive, nous dérivons par rapport à δ le coefficient λ_{nt} donné par l'équation (B.5). Nous obtenons

$$\frac{\partial\lambda_{nt}}{\partial\delta} = \frac{\sqrt{n}}{2\sigma_w} \times \frac{\sigma_v^2 - 2\delta\Big(n\sigma_v^2+[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big)}{\sqrt{\delta}\sqrt{(1-n\delta)\sigma_v^2-\delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}}.$$

Cette expression est positive si

$$\delta < \frac{1}{2}\frac{\sigma_v^2}{n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2}.$$

Nous obtenons alors g^* en remplaçant δ par sa valeur donnée dans l'équation (B.2).

B.6 Condition (2.13)

Précisons que puisque $1+(n-2)\rho > 0$ pour tout ρ, le dénominateur de g^* est positif. La valeur de g^* est donc positive si le numérateur de sa fraction est négatif, ce qui est le cas si la condition (2.13) est respectée.

B.7 Variance du prix

Comme $\tilde{p} = \lambda\tilde{f}$ nous obtenons

$$\begin{aligned}
\mathbb{V}(\tilde{p}) &= \mathbb{V}\left(\sum\nolimits_{i\in N}\delta\tilde{x}_i + \sum\nolimits_{k\in M}\lambda\psi\tilde{w}_k\right)\\
&= n\delta^2\Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big) + n\delta\Big((1-n\delta)\sigma_v^2 - \delta[1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big)\\
&= n\delta\sigma_v^2.
\end{aligned}$$

La dérivée de δ par rapport à g étant positive, augmenter la connectivité du réseau renforce la variance du prix.

B.8 Efficience informationnelle du prix

$\text{Eff}(\tilde{p})$ est la fraction de la variance de $\tilde{v}$ expliquée au sens économétrique par $\tilde{p}$:

$$\begin{aligned}
\text{Eff}(\tilde{p}) &= 1 - \frac{\mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{p})}{\sigma_v^2} & \quad\text{car}\quad \mathbb{V}(\tilde{v}|\tilde{p}) &= \sigma_v^2 - \frac{\mathbb{C}ov(\tilde{v},\tilde{p})^2}{\mathbb{V}(\tilde{p})}\\
&= n\delta & &= (1-n\delta)\sigma_v^2.
\end{aligned}$$

La dérivée de δ par rapport à g étant positive, augmenter la connectivité du réseau améliore l'efficience informationnelle du prix.

B.9 Volume de titres échangés

Admati et Pfleiderer (1988) mesurent le volume de titres échangés par

$$\widetilde{\text{Vol}} = \frac{1}{2}\left(\sum\nolimits_{i\in N}|q_i| + \sum\nolimits_{k\in M}|d_k| + \left|\sum\nolimits_{i\in N}q_i + \sum\nolimits_{k\in M}d_k\right|\right).$$

Si $\tilde{y} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$ nous avons $\mathbb{E}(|\tilde{y}|) = \sqrt{\frac{2\sigma_y^2}{3{,}14...}}$. Nous obtenons alors la valeur de $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ donnée par l'équation (2.16) en appliquant cette formule avec $\mathbb{V}(\tilde{x}_i) = \sigma_v^2 + \frac{1+g\rho}{g+1}\sigma_\epsilon^2$ et $\mathbb{V}\left(\sum_{i\in N}\tilde{x}_i\right) = n\Big(n\sigma_v^2 + [1+(n-1)\rho]\sigma_\epsilon^2\Big)$. Lorsque la liquidité du marché est apportée par des *noise traders*, c'est à dire lorsque $|\psi| = 1$, le coefficient ϕ croît avec g. Ainsi, le volume de titres échangés croît alors avec la connectivité du réseau (Colla et Mele, 2010). En revanche, nos simulations numériques démontrent que $\mathbb{E}(\widetilde{\text{Vol}})$ décroît avec g lorsque $|\psi|$ diminue fortement avec ce paramètre.

B.10 Profit spéculatif lorsque $n, m \to \infty$

En remplaçant $|\psi|$, $n\delta$ et λ par leurs valeurs limites respectives nous obtenons

$$\pi = \frac{(g+1)\sigma_v^2 + (1+g\rho)\sigma_\epsilon^2}{(n+1)(g+1)\sigma_v^2 + (g+2)\sigma_\epsilon^2 + [n(g+1)-1]\rho\sigma_\epsilon^2}\sqrt{\frac{n\sigma_v^4}{\sigma_v^2 + \frac{1+g\rho}{g+1}\sigma_\epsilon^2}}\sqrt{m\sigma_w^2}.$$

Nous obtenons la valeur limite de π en considérant $n, m \to \infty$.

Bibliographie

ABREU D., BRUNNERMEIER M. K., Bubbles and Crashes, *Econometrica*, 71(1), 2003, 173-204.

ADMATI A., A Noisy Rational Expectations Equilibrium for Multi-Asset Securities Markets, *Econometrica*, 5(3), 1985, 629-658.

ADMATI A., PFLEIDERER P., A theory of intraday patterns: volume and price variability, *Review of Financial Studies*, 1(1), 1988, 3-40.

AHERN K. R., Information Networks: Evidence from Illegal Insider Trading Tips, Document de travail, USC Marshall School of Business, 2015.

ALLEN F., GALE D., Financial Contagion, *Journal of Political Economy*, 108(1), 2000, 1-33.

ALLEN F., GORTON G., Churning Bubbles, *Review of Economic Studies*, 60(4), 1993, 813-836.

ALLEN F., MORRIS S., POSTLEWAITE A., Finite Bubbles with Short Sales Constraints and Asymmetric Information, *Journal of Economic Theory*, 61(2), 1993, 206-229.

ALLEN F., MORRIS S., SHIN H. S., Beauty Contests, Bubbles and Iterated Expectations in Asset Markets, *Review of Financial Studies*, 19(3), 2006, 719-752.

ANDREI D., CUJEAN L., Information Percolation, Momentum, and Reversal, Document de travail, UCLA Anderson School of Management, 2015.

AUGUSTIANI C., CASAVECCHIA L., GRAY J., Managerial Sharing, Mutual Fund Connections, and Performance, *International Review of Finance*, 15(3), 2015, 427-455.

AUMANN R. J., Agreeing to Disagree, *The Annals of Statistics*, 4(6), 1976, 1236-1239.

AUMANN R. J., Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality, *Econometrica*, 55(1), 1976, 1-18.

ASHER S., NIKOLOV P., YE M., One Step at a Time: Does Gradualism Build Coordination?, Document de travail, Harvard University, 2013.

AUGENBLICK N., BODOH-CREED A., To Reveal or Not to Reveal: Privacy Preferences and Economic Frictions, Document de travail, University of California Berkeley, 2014.

ARROW K. J., Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention, *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors*, édité par le NBER, 1962, 609-626.

AVDIS E., Information Trade-offs in Dynamic Financial Markets, Document de travail, University of Alberta , 2014.

BAI J., PHILIPPON T., SANOV A., Have Financial Markets Become More Informative?, Document de travail, Stern School of Business, New-York University, 2014.

BANERJEE S., DAVIS J., GONDHI N., When Transparency Improves, Must Prices Reflect Fundamentals Better?, Document de travail, Kellogg School of Management, Northwestern University, 2014.

BANERJEE S., GREEN B. S., Signal or Noise? Uncertainty and Learning about Whether Other Traders are Informed, 2015, à paraître dans *Journal of Financial Economics*.

BARBERIS N., THALER R. H., A Survey of Behavioral Finance, dans le *Handbook of the Economics of Finance*, édité par G. Constantinides, M. Harris et R. Stulz, North-Holland, 2003.

BARON J., DELCAMP H., The Strategies of Patent Introduction into Patent Pools, *Economics of Innovation and New Technology*, 24(8), 2015, 776-800.

BELLEFLAMME P., BLOCH F., Dynamic Protection of Innovations through Patents and Trade Secrets, Document de travail, Paris School of Economics, 2014.

BERNILE G., ALOK K., SULAEMAN J., Home Away From Home: Geography of Information and Local Investors, 2015, à paraître dans *Review of Financial Studies*.

BIAIS B., BOSSAERTS P., Asset Prices and Trading Volume in a Beauty Contest, *Review of Economic Studies*, 65(2), 1998, 307-340.

BLACK F., Noise, *Journal of Finance*, 41(3), 1986, 529-543.

BLANCHARD O., WATSON M., Bubbles Rational Expectations and Financial Markets, dans *Crises and the Economic and Financial Structure*, édité par P. Wachtel, Lexington Books.

BLOOMFIELD R. J., O'HARA M., SAAR G., How Noise Trading Affects Markets: An Experimental Analysis, *Review of Financial Studies*, 22(6), 2009, 2275-2302.

BRUNNERMEIER MM. K., *Asset Pricing under Asymmetric Information - Bubbles, Crashes, Technical Analysis and Herding*, Oxford University Press, 2001.

BRUNNERMEIER M. K., Information Leakage and Market Efficiency, *Review of Financial Studies*, 18(2), 2005, 417-457.

BRUNNERMEIER M., OEHMKE M., Bubbles, Financial Crises, and Systemic Risk, dans *Handbook of the Economics of Finance*, Elsevier, Amsterdam, 2013.

CAVE J. A. K., Learning to agree, *Economics Letters*, 12(2), 1983, 147-152.

CABALLE J., Transmission and Production of Information in Imperfectly Competitive Financial Markets, *Journal of Economics and Business*, 45(5), 1993, 40-419.

CHEN H., DE P., YU H., HWANG B.-H., Wisdom of Crowds: The Value of Stock Opinions Transmitted Through Social Media, *Review of Financial Studies*, 27(5), 2014, 1367-1403.

CHEN Z., LUO J., XIA C., A Theory of Conversations in Financial Markets, Document de travail, Nanyang Business School, 2015.

CHEYNEL E., LEVINE C. B., Analysts' Sale and Distribution of Non-Fundamental Information, *Review of Accounting Studies*, 17(2), 2012, 352-388.

COCHRANE J., Finance: Function Matters, Not Size, *Journal of Economic Perspectives*, 27(2), 2013, 29-50.

COHEN L., FRAZZINI A., MALLOY C., The Small World of Investing: Board Connections and Mutual Fund Returns, *Journal of Political Economy*, 116(5), 2008, 951-979.

COHEN L., FRAZZINI A., MALLOY C., Sell Side School Ties, *Journal of Finance*, 65(4), 2010, 1409-1437.

COHEN M., TALLON J. M., Décision dans le risque et l'incertain: l'apport des modèles non-additifs, *Revue d'Economie Politique*, 110(5), 2010, 631-681.

COLLA P., MELE A., Information Linkages and Correlated Trading, *Review of Financial Studies*, 23(1), 2010, 203-246.

COLLIARD J.-E., Catching Falling Knives: Speculating on Market Overreaction, Document de travail, European Central Bank, Financial Research Division, 2014.

COMPTE O., JEHIEL P., Gradualism in Bargaining and Contribution Games, *Review of Economic Studies*, 71(4), 2004, 975-1000.

CONLON J. R., Simple Finite Horizon Bubbles Robust to Higher Order Knowledge, *Econometrica*, 114(6), 2003, 793-820.

COVAL J. D.,MOSKOWITZ T. J., The Geography of Investment: Informed Trading and Asset Prices, *Journal of Political Economy*, 109(4), 2001, 811-841.

CUJEAN J., The Social Dynamics of Performance, Document de travail, Robert H. Smith School of Business, University of Maryland, 2013.

D'ASPREMONT C., JACQUEMIN A., Cooperative and non-cooperative R&D in duopoly with spillovers, *American Economic Review*, 78(5), 1988, 1133-1137.

DEWATRIPONT M., TIROLE J., Modes of Communication, *Journal of Political Economy*, 113(6), 1985, 1217-1238.

DE LONG J. B., SHLEIFER A., SUMMER L. H., WALDMAN R. J., Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation, *Journal of Finance*, 45(2), 1990, 379-395.

DE LONG J. B., SHLEIFER A., SUMMER L. H., WALDMAN R. J., Noise Trader Risk in Financial Markets, *Journal of Political Economy*, 98(4), 1990, 703-738.

DIBA B., GROSSMAN H. I., The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices, *Economic Journal*, 98(392), 1988, 746-754.

DI MASCIO R., LINES A., NARAYAN Y. N., Alpha Decay, Document de travail, London Business School, 2015.

DORN D., HUBERMAN G., SENGMUELLER P., Correlated Trading and Returns, *Journal of Finance*, 63(2), 2004, 885-919.

DZIUDA W., GRADWOHL R., Achieving Cooperation under Privacy Concerns, 2014, à paraître dans *American Economic Journal: Microeconomics*.

EREN N., OZSOYLEV H. N., Communication Dilemma in Speculative Markets, Document de travail, Oxford Financial Research Centre Economics Series, 2006.

FAMA E. F., Efficient Capital Markets: II, *Journal of Finance*, 46(5), 1991, 1575-1617.

FANG L., PERESS J., Media Coverage and the Cross-Section of Stock Returns, *Journal of Finance*, 64(5), 2009, 2023-2052.

FENG L., SEASHOLE M. S., Correlated Trading and Location, *Journal of Finance*, 59(5), 2004, 2117-2144.

FOUCAULT T., LESCOURRET L., Information Sharing, Liquidity and Transaction Costs in Floor-Based Trading Systems, *Finance*, 24(1), 2004, 45-78.

FRIEDMAN M., The Methodology of Positive Economics, dans *Essays in Positive Economics 1953*, University of Chicago Press, 1953, 3-16 et 30-44.

FROOT K. A., SCHARFSTEIN D. S., STEIN J. C., Herd on the Street: Informational Inefficiencies in a Market with Short-Term Speculation, *Journal of Finance*, 47(4), 1992, 1461-1484.

GANGLMAIR B., HOLCOMB A., MYUNG N., Cutthroats and Comrades: Information Sharing Among Competing Fund Managers, Document de travail, The University of Texas at Dallas, 2015.

GANGLMAIR B., TARANTINO E., Conversation with Secrets, *RAND Journal of Economics*, 45(2), 2014, 273-302.

GANGULI J. V., YANG L., Complementarities, Multiplicity, and Supply Information, *Journal of the European Economic Association*, 7(1), 2009, 90-115.

GAO P., Keynesian Beauty Contest, Accounting Disclosure, and Market Efficiency, *Journal of Accounting Research*, 46(4), 2008, 785-807.

GAO F., SONG F., WANG J., Rational Expectations Equilibrium with Uncertain Proportion of Informed Traders , *Journal of Financial Markets*, 16(3), 2013, 387-413.

GARCIA D., STROBL G., Relative Wealth Concerns and Complementarities in Information Acquisition, *Review of Financial Studies*, 24(1), 2011, 169-207.

GEANAKOPLOS J., POLEMARCHAKIS H., We Can't Disagree Forever, *Journal of Economic Theory*, 28(1), 1982, 192-200.

GHEMAWAT P., NALEBUFF B., The Devolution of Declining Industries, *Quarterly Journal of Economics*, 105(1), 1990, 167-186.

GIRAUD G., *La théorie des jeux*, Flammarion, 2009.

GLOSTEN L. R., MILGROM R., Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders, *Journal of Financial Economics*, 14(1), 1985, 71-100.

GOLDSTEIN I., GUEMBEL A., Manipulation and the Allocational Role of Prices, *Review of Economic Studies*, 75(1), 2008, 133-164.

GOLDSTEIN I., EDMANS A., JIANG W., Feedback Effects, Asymmetric Trading, and the Limits to Arbitrage, 2015, à paraître dans *American Economic Review*.

GOLDSTEIN I., YANG L., Information Diversity and Complementarities in Trading and Information Acquisition, 2015, à paraître dans *Journal of Finance*.

GOLDSTEIN I., YANG L., Market Efficiency and Real Efficiency: The Connect and Disconnect via Feedback Effects, Document de travail, Wharton School, 2015.

GRANOVETTER M., The Impact of Social Structure on Economic Outcomes, *Journal of Economic Perspectives*, 19(1), 2005, 33-50.

GRAY W. R., KERN A. E., Do Fund Managers Identify and Share Profitable Ideas?, Document de travail, Chicago Booth School of Business, 2012.

GRINBLATT M., KOLEHARJU M., How Distance, Language and Culture Influence Stockholdings and Trade, *Journal of Finance*, 56(3), 2001, 1053-1073.

GROSSMAN S. J., On the Efficiency of Competitive Stock Markets where Traders Have Diverse Information, *Journal of Finance*, 31(2), 1976, 573-585.

GROSSMAN S. J., STIGLITZ J. E., On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, *American Economic Review*, 70(3), 1980, 393-408.

GUISO L., SAPIENZA P., ZINGALES L., Does Culture Affect Economic Outcomes?, *Journal of Economic Perspectives*, 20(2), 2006, 23-48.

HAEUSSLER C., Information-Sharing in Academia and the industry: A Comparative Study, *Research Policy*, 40(1), 2011, 105-122.

HAEUSSLER C., LIN J., THURSBY J., THURSBY M., Specific and General Information Sharing among Competing Academic Researchers, *Research Policy*, 43(3), 2014, 465-475.

HAN B., TANG Y., YANG L., Public Information and Uninformed Trading: Implications for Market Liquidity and Efficiency, Document de travail, Rotman School of Management, University of Toronto, 2014.

HAN B., YANG L., Information Acquisition, Social Networks and Asset Prices, *Management Science*, 2013, 59(2), 2013, 1444-1457.

HARRISON M. J., KREPS D. M., Speculative Investor Behavior in a Stock Market with Heterogeneous Expectations, *The Quarterly Journal of Economics*, 92(2), 1978, 323-336.

HAU H., Location Matters: An Examination of Trading Profits, *Journal of Finance*, 56(5), 2001, 1959-1983.

HAYEK F. A., The Use of Knowledge in Society, *American Economic Review*, 35(4), 1945, 519-530.

HELLWIG M. F., On the Aggregation of Information in Competitive Stock Markets, *Journal of Economic Theory*, 22(3), 1980, 477-498.

HIRSHLEIFER J. The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity, *American Economic Review*, 61(4), 1971, 561-574.

HONG H., KUBIK J. D., STEIN J. C., Social Interaction and Stock-Market Participation, *Journal of Finance*, 59(1), 2004, 137-163.

HONG H., KUBIK J. D., STEIN J. C., Thy Neighbor's Portfolio: Word-of-Mouth Effects in the Holdings and Trades of Money Managers, *Journal of Finance*, 60(6), 2005, 2801-

2824.

HONG H., LIM T., STEIN J. C., Bad News Travels Slowly: Size, Analyst Coverage, and the Profitability of Momentum Strategies, *Journal of Finance*, 55(1), 2000, 265-295.

HONG H., RADY S., Strategic Trading and Learning about Liquidity, *Journal of Financial Markets*, 5(4), 2002, 419-450.

HOFLER S., Why Has Ambiguous Syntax Emerged?, *The Evolution of Language: Proceedings of the 6th International Conference on the Evolution of Language*, édité par A. Cangelosi, A. D. M. Smith, K. Smith, World Scientific, 2006, 122-130.

HÖRNER J. SKRZYPACZ A., Selling Information, 2014, à paraître dans *Journal of Political Economy.*

HOVENKAMP E. N., Tacit Patent Pooling, Document de travail, Northwestern University, 2013.

HU E., Information Diffusion in Institutional Investor Networks, Document de travail, Rice University, 2015.

INDJEJIKIAN R. J., HAI L., YANG L., Rational Information Leakage, *Management Science*, 60(11), 2014, 2762-2775.

IVKOVIC Z., WEISBENNER S., Local Does as Local Is: Information Content of the Geography of Individual Investors' Common Stock Investments, *Journal of Finance*, 60(1), 2005, 267-306.

IVKOVIC Z., WEISBENNER S., Information Diffusion Effects in Individual Investors' Common Stock Purchases: Covet Thy Neighbors' Investment Choices, *Review of Financial Studies*, 20(4), 2007, 1327-1357.

KAMIEN M. I., EITAN M., ZANG I., Research Joint Ventures and R&D Cartels, *American Economic Review*, 82(5), 1992, 1293-1306.

KEYNES J. M., *The General Theory*, 1936, Macmillan, Londres.

KYLE A. S., Continuous Auctions and Insider Trading, *Econometrica*, 53(6), 1985, 1315-1336.

KYLE A. S., Informed Speculation with Imperfect Competition, *Review of Economic Studies*, 56(3), 1989, 317-355.

KYLE A. S., HUI O.-Y., WEI B., A Model of Portfolio Delegation and Strategic Trading, *Review of Financial Studies*, 24(11), 2011, 3778-3812.

LAMBERT N. S., OSTROVSKY M., PANOV M., Strategic Trading in Informationally Complex Environments, Document de travail, Stanford Graduate School of Business, 2015.

LAYNE-FARRAR A., LERNER J., To Join or not to Join: Examining Patent Pool Participation and Rent Sharing Rules, *International Journal of Industrial Organization*, 29(2), 2011, 294-303.

LEE S., Market Liquidity, Active Investment, and Markets for Information, Document de travail, Stern School of Business, New-York University, 2013.

LI W., High Frequency Trading with Speed Hierarchies, Document de travails, Johns

Hopkins University, 2014.

LOCKE R., SARKAR A., WU L., Market Liquidity and Trader Welfare in Multiple Dealer Markets: Evidence from Dual Trading Restrictions, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1), 1999, 57-88.

LOCKWOOD B., THOMAS J. P., Gradualism and Irreversibility, *Review of Economic Studies*, 69(2), 2008, 339-356.

MADRIGAL V., Non-Fundamental Speculation, *Journal of Finance*, 51(2), 1996, 553-578.

MALLOY C. J., The Geography of Equity Analysis, *Journal of Finance*, 60(2), 2005, 719-755.

MANELA A., The value of diffusing information, *Journal of Financial Economics*, 111(1), 2014, 181-199.

MARMORA P., RYTCHKOV O., Learning about Noise, Document de travail, Temple University, 2015.

MENAGER L., Modelling Knowledge, Document de travail, Université Paris I, 2006.

MENAGER L., Agreeing to Disagree: a review, Document de travail, Université Paris I, 2006.

MILGROM P., Good News and Bad News: representations theorems and applications, *The Bell Journal of Economics*, 12(2), 1981, 380-391.

MILGROM P., An Axiomatic Characterization of Common Knowledge, *Econometrica*, 49(1), 1981, 219-222.

MILGROM P., STOKEY N., Information, Trade and Common Knowledge, *Journal of Economic Theory*, 21(1), 1982, 2252-2280.

MONDERER D., SAMET D., Approximating Common Knowledge with Common Beliefs, *Games and Economic Behavior*, 1(2), 1989, 170-190.

MORRIS S., The Common Prior Assumption in Economic Theory, *Economics and Philosophy*, 11, 1995, 227-253.

MORRIS S., POSTLEWAITE A., SHIN H. S., Depth of Knowledge and the Effect of Higher Order Uncertainty, *Economic Theory*, 6, 1995, 453-467.

MORRIS S., SHIN H. S., Unique Equilibrium in a Model of Self-Fulfilling Currency Attacks, *American Economic Review*, 88(3), 1998, 587-597.

MORRIS S., SHIN H. S., The Social Value of Public Information, *American Economic Review*, 92(5), 2002, 1521-1534.

NIEHAUS P., Filtered Social Learning, *Journal of Political Economy*, 119(4), 2001, 686-720.

OZSOYLEV H. N., WALDEN J., Asset Pricing in Large Information Networks, *Journal of Economic Theory*, 146(6), 2011, 2252-2280.

OZSOYLEV H. N., WALDEN J., YAVUZ D., BILDIK R., Investor Networks in the Stock Market, *Review of Financial Studies*, 27(5), 2014, 1323-1366.

PENIN J., Are you Open? An Investigation of the Concept of Openness for Knowledge and Innovation, *Revue Economique*, 64(1), 2013, 133-148.

PERESS J., The Media and the Diffusion of Information in Financial Markets: Evidence from Newspaper Strikes, *Journal of Finance*, 69(5), 2014, 2007-2043.

POOL V., STOFFMAN K., YONKER S. E., The People in Your Neighborhood: Social Interactions and Mutual Fund Portfolios, à paraître dans *Journal of Finance*.

RANCAN M., The Value of Social Networks in Financial Markets, Document de travail, European University Institute, 2013.

RUBINSTEIN A., The Electronic Mail Game: Strategic Behavior under Almost Common Knowledge, *American Economic Review*, 79(3), 1989, 385-391.

SCHMIDT K. M., Standards, Innovation Incentives, and the Formation of Patent Pools, *The Pros and Cons of Standard Setting*, édité par A. Fredenberg, Stockholm, 2010, 57-79.

SCHMIDT D., Stock Market Rumors and Credibility, Document de travail, HEC Paris, 2015.

SEBENIUS J. K., GEANAKOPLOS J., Don't Bet On It: Contingent Agreements with Asymmetric Information, *Journal of American Statistical Association*, 78(382), 1983, 424-426.

SHILLER R. J., Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends?, *American Economic Review*, 71(3), 1981, 421-436.

SHILLER R. J., POUND J., Survey Evidence on the Diffusion of Interest and Information Among Investors, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 12(1), 1989, 47-66.

SHLEIFER A., VISHNY R. W. The Limits of Arbitrage, *Journal of Finance*, 52(1), 1997, 35-55.

SHU T., SUJAEMAN J., YEUNG E., Local Religious Beliefs and Mutual Fund Risk-Taking Behaviors, *Management Science*, 58(10), 2012, 1779-1796.

SPIEGEL M., SUBRAHMANYAM A., Informed Speculation and Hedging in a Noncompetitive Securities Market, *Review of Financial Studies*, 5(2), 1992, 307-329.

STEIN J. C., Conversations among Competitors, *American Economic Review*, 98(5), 2008, 2150-2162.

SZULANSKI G., The Process of Knowledge Transfer: A Diachronic Analysis of Stickiness, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 82(1), 2000, 9-27.

TIROLE J., On the Possibility of Speculation under Rational Expectations, *Econometrica*, 50(5), 1982, 1163-1181.

TIROLE J., Asset Bubbles and Overlapping Generations, *Econometrica*, 53(6), 1985, 1499-1528.

VARIAN H. R., Divergence of Opinion in Complete Markets: A Note *Journal of Finance*, 40(1), 1985, 309-317.

VARIAN H. R., Differences of Opinion, *New Palgrave Dictionary of Money and Finance*, édité par J. Eatwell, M. Milgate et P. Newman, 1992.

VIVES X., *Information and Learning in Markets: The impact of Market Microstructure*, Princeton University Press, 2008.

VON HIPPEL E., Cooperation Between Rivals: Informal Know-how Trading, *Research Policy*, 16(6), 1987, 291-302.

WALDEN J., Trading, Profits, and Volatility in a Dynamic Information Network Model, Document de travail, Haas School of Business, Berkeley, 2013.

XIA C., Communication and Confidence in Financial Networks, à paraître dans *Journal of Business and Economics.*

YANG L., ZHU H., Back-Running: Seeking and Hiding Fundamental Information in Order Flows, Document de travail, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, 2015.

YU F., What is the Value of Knowing Uninformed Trades?, *Economics Letters*, 64(1), 1999, 87-98.

Essais en microéconomie financière et appliquée. Cette thèse est composée de trois articles indépendants qui ont pour trait commun d'analyser le comportement d'investisseurs et de firmes en situation de concurrence imparfaite. Nous considérons d'abord un modèle de marché financier à la Kyle (1985) où les investisseurs peuvent produire soit un signal (fondamental) sur la valeur d'un actif risqué, soit un signal (non-fondamental) sur la demande aléatoire des *noise traders*. Nous montrons que réduire le coût du signal non-fondamental détériore l'efficience informationnelle du prix du titre et, sous certaines conditions, le bien-être des *noise traders*. Nous étendons ensuite le modèle au cas où les investisseurs non-fondamentalistes soumettent des ordres à cours limité. Leur activité s'apparente alors à du « *front running* ». Par ce biais, nous enrichissons nos résultats et montrons que l'effet potentiellement néfaste de l'accès à l'information non-fondamentale persiste.

Nous considérons ensuite un marché à la Kyle (1985) où des agents non informés échangent pour un motif de partage de risque avec des investisseurs répartis sur un réseau. Ces derniers partagent leurs signaux avec leurs contacts, ce qui formalise une meilleure diffusion de l'information. Nous évaluons alors l'effet de cette hypothèse sur deux critères : le profit spéculatif et l'espérance d'utilité des agents non informés qui mesure l'efficacité du partage de risque sur le marché. Nous montrons que l'ajout du réseau peut simultanément améliorer ces deux critères ainsi que l'efficience informationnelle du prix. Un résultat original qui ne peut pas être obtenu sans l'ajout du réseau.

Enfin, nous caractérisons la coopération graduelle entre deux firmes concurrentes de tailles différentes incapables de contracter et dont les contributions sont irréversibles. Nous montrons que l'asymétrie entre les deux firmes ralentit fortement le processus de collaboration, ce qui souligne l'importance des arrangements contractuels dans certaines situations. Nous montrons aussi qu'un renforcement de la concurrence entre les deux firmes peut nuire au bien-être social en réduisant leur capacité à collaborer.

Descripteurs : Microstructure des marchés financiers, modèle de Kyle, production d'information, concurrence imparfaite, information non-fondamentale, *noise traders*, *front running*, transmission d'information, diffusion de l'information, partage du risque, *noise trading* endogène, réseau, coopération, modèle de Bertrand, collaboration graduelle, contributions volontaires.

Essays in financial and applied microeconomics. This thesis contains three distinct papers related to the behavior of investors or firms acting under imperfect competition. First, we consider a Kyle's (1985) model where investors can produce either a (fundamental) signal on the value of the risky asset, or a (non-fundamental) signal on the forthcoming demand from noise traders. We show that reducing the cost of the non-fundamental signal worsens price informativeness as well as the welfare of noise traders under some conditions. Then, we extend the model by allowing non-fundamental traders to submit limit orders. Their activity is then analogous to front running. By this mean, we enrich our results and show that the potentially detrimental effect of non-fundamental information still pertains.

Then, we consider a market *à la* Kyle (1985) where uninformed hedgers trade for risk sharing purposes with investors located on a network, who share their signal with their "contacts". This hypothesis formalizes a better diffusion of information. We evaluate its effect on speculative gains and hedgers' expected utility which depends on the risk sharing role of the market. We show that the introduction of the network might simultaneously improve these two welfare measures as well as price informativeness. An original result that cannot be obtained otherwise.

Finally, we consider a contribution game between two competitors of different sizes. We obtain the value of their (irreversible) contributions during each period of the game. We show that the asymmetry between the two firms strongly slowers the collaboration process, highlighting the importance of contractual arrangements in some circumstances. Also, we obtain that increasing competition might be detrimental to social welfare, because it harms the ability of the two firms to set up a mutually beneficial process of collaboration.

Keywords: Market microstructure, Kyle's model, information production, imperfect competition, non-fundamental information, noise traders, front running, information transmission, information diffusion, risk sharing, endogenous noise trading, network, cooperation, Bertrand competition, gradual collaboration, voluntary contribution games.